1-Я РОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО КОГНИТИВНОЙ НАУКЕ (КАЗАНЬ, 2004)

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ МЫСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

В.Ф. Спиридонов (Институт психологии РГГУ, Москва)
vfs@supernet.ru

Дункеровские задачи **Регулярные задачи**

СТРУКТУРА ЗАДАЧИ

Дункеровские задачи (Duncker, 1926) несут в своем основании *противоречие*. Его удобно фиксировать, выделяя в структуре проблемной ситуации *один из ее элементов, который в соответствии с условиями должен обладать взаимоисключающими свойствами* (Альтшуллер, 1991; Спиридонов, 2003).

Пример: «В корзине лежат пять яблок. Как разделить их поровну между пятью лицами так, чтобы каждый получил по яблоку, и одно яблоко осталось в корзине?», можно указать, что яблок должно быть и пять, и шесть одновременно, получателей яблок должно быть пять и шесть в одно и то же время и т.д.

ЗАФИКСИРНОВАННЫЕ ТИПЫ ОШИБОК (Дункер, 1965)

1) «Насильственные» решения (Дункер) или «плохие ошибки» (Келер);

2) «Хорошие ошибки» (Келер) /+ правильные решения/

ВОЗМОЖНОСТИ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИИ

Согласно нашим представлениям, процессы решения мыслительной задачи определяется взаимодействием двух разноплановых структур индивидуального мышления: **примума** (от лат. primum – находящееся впереди; первоначало) и **мыслимого мира**.

Примум – информационное («знаниевое») образование сложного состава и громадной емкости. Он служит для создания *возможностей* для мышления. В индивидуальной психике примум реализован посредством различных содержаний памяти (совокупности ассоциаций, упроченных функциональных значений предметов, разнотипных образов, лексических единиц, интеллектуальных операций и т.д.), влияние на которые оказывают ситуативные и личностные факторы решения. Все перечисленное *предзадано* процессу решения.

Знания, содержащиеся в примуме, находятся в хорошо структурированном состоянии. Среди множества их форм наибольшее значение для процесса решения имеют *переменные высокого порядка* или *интеллектуальные инварианты.* Это сложные сочетания различных факторов, несущие в себе информацию об устойчивых или закономерных соотношениях между составными частями задачи и позволяющие решателю выявить «основное отношение задачи» - связь между данным и искомым.

Примум служит основой для возникновения у человека *мыслимого мира.* Эта структура организует и упорядочивает течение процесса решения в целом. Именно в рамках мыслимого мира интерпретируются и используются извлекаемые знания. Он обеспечивает представление реальности (в том числе и решаемой задачи) человеку, выступая своеобразной «онтологической схемой», которая раскрывает одни аспекты действительности и игнорирует другие. Мыслимый мир строится на основе информации, извлеченной из примума, но при этом не сводится к актуально извлекаемым знаниям, обладая устойчивой структурой и историей. Именно в структуре мыслимого мира разворачиваются процессы решения задач и проблем.

Знания, которые содержатся в примуме, не могут автоматически стать достоянием мыслительного процесса: для этого их необходимо *извлечь* и представить решателю, т.е. сделать частью мыслимого мира. Это один из базовых интеллектуальных процессов. Процессы извлечения знаний плохо поддаются целенаправленному управлению. Возникает парадоксальная ситуация, когда одни структуры мышления оказывают *сопротивление* другим. Собственно, в этом и заключается феномен интеллектуальной задачи в ходе решения. Построенная как западня, она делает легко доступной одну часть информации и скрывает другую. В результате индивидуальное мышление, схватив «приманку», сталкивается с несообразностями или лакунами собственного *представления* проблемной ситуации.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

А) Типы ошибок при решении дункеровской задачи

Таблица 1. Возможные типы решений дункеровской задачи в соответствии с успешностью работы мыслительных механизмов (см. описание)

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Механизм
Механизм</td><td colspan="2">Извлечение инвариантов из примума</td></tr>
<tr><td>Неудача</td><td>успех</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Трикстер – поиск посредника</td><td>неудача</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>успех</td><td>4</td><td>3</td></tr>
</table>

1) Так называемые «насильственные» решения (Дункер) /первая клетка Таблицы/. Такие ответы свидетельствуют о том, что противоречие осталось неизвлеченным, а основное отношение задачи как и процессы решения (в строгом смысле слова) отсутствуют. Например, решая задачу про Х-лучи, испытуемый предлагает прожечь лучами здоровые части тела до опухоли или разрезать все ткани на пути лучей.
2) Так называемые «хорошие ошибки» (Келер) – решения, в той или иной степени

учитывающие функциональные отношения задачи, но либо реально нереализуемые, либо игнорирующие какие-либо принципиальные условия или ограничения проблемной ситуации. Они свидетельствуют об извлечении инварианта и построении соответствующего основного отношения задачи. Однако подобные решения не разрешают противоречие, а упраздняют его, ликвидируя один из конфликтующих признаков. Примерами подобных решений задачи про Х-лучи можно считать следующие: сделать здоровые ткани менее чувствительными к облучению с помощью инъекции, снизить интенсивность лучей в здоровых участках тела при помощи других лучей и др.

3) Разрешение противоречия предполагает нахождение или построение такой ситуации, в которой оба несовместимых свойства оказываются так или иначе реализованными. Эта возможность воплощается в следующих вариантах: сфокусировать лучи на опухоли при помощи линзы или сконцентрировать на опухоли лучи низкой интенсивности, посылаемые из нескольких источников, расположенных вокруг тела больного. Легко показать, что в обоих случаях противоречие действительно разрешается: например, лучи оказываются и сильными, и слабыми одновременно.

Отыскание решений второго и третьего типов обеспечивается специальным психологическим механизмом, который осуществляет поиск или построение «посредника» (в самом широком смысле), реализующего оба полюса противоречия. Мы будем называть такой механизм решения трикстером (от англ. trickster – плут, ловкач). Он вступает в действие, когда противоречие хотя бы частично извлечено из примума. Трикстер опирается на функциональную природу основного отношения задачи, которая была описана еще гештальтпсихологами. Различия между вторым и третьим типом решений дункеровской задачи обуславливаются успешностью действия трикстера, а не самим принципом его работы. В одних случаях выявленная контроверза находит свое разрешение, в других – упраздняется за счет исключения одной из альтернатив.

4) Четвертый тип решений должен заключаться в эффективной работе трикстера при отсутствии извлечения противоречия. Наличие такого явления в структуре экспериментальных результатов чрезвычайно трудно доказать. Возможный, но не безупречный кандидат на эту роль – мгновенные решения, когда испытуемый называет правильный ответ, едва ознакомившись с текстом задачи (проверить, был ли извлечен инвариант, без развернутой структуры решения не представляется возможным).

Б) Распределение ошибок при решении дункеровской задачи

Таблица 2. Распределение решений задачи про яблоки по типам (в %)

Механизм / Механизм		*Извлечение инвариантов из примума*	
		Неудача	Успех
Трикстер – поиск посредника	Неудача	26,2	53,7
	Успех	–	20,1

СТРУКТУРА ЗАДАЧИ

1) Решение связано с построением (использованием) математического формализма или понятийной системы, 2) конвергентная, 3) протекает неинсайтным путем (решатель четко отслеживает приближение к ответу).

Пример: большинство текстовых задач из школьных курсов математики, физики, химии.

Таблица 1. Виды регулярных задач (по учебникам математики-алгебры 2-8 классы) (Спиридонов, 2004)

	Описание вида задач	***Примеры***	***Способ решения***	***Соотношение неизвестных***
1	Функциональные зависимости различного вида устроены так, что все неизвестные (включая искомый ответ) заданы только через	Самолет пролетел расстояние между двумя аэродромами за 6 ч со скоростью 850 км/ч. За сколько времени пролетит это расстояние другой самолет, скорость которого	1) 850+150= 1000 км/ч 2) 850*6 = 5100 км 3) 5100/1000= 5,1 ч.	Отсутствует

	численно определенные величины.	на 150 км/ч больше скорости первого? (Чесноков, Нешков, 2002, вар 1 №178)		
1с		В 1-й вазе 18 груш, во 2-й – в два раза меньше, а в 3-й вазе столько груш, сколько в 1 и 2-й вместе. Сколько всего груш в трех вазах? (Шклярова, 2000, №44-2)	1) 18/2 = 9 гр. 2)18+9 = 27 гр. 3) 18+9+27 = 54 груши	Отсутствует
2	Функциональные зависимости различного вида устроены так, что задано количественное соотношение между двумя неизвестными величинами: одна неизвестная величина задана через другую. При этом имеет место два соотнесения неизвест-	Скорость товарного поезда 38 км в час, а пассажирского 57 км в час. Первый вышел со станции А на 7 часов раньше второго, но второй обогнал его и пришел на станцию В двумя часами раньше. Каково расстояние между городами А и В? (Крутецкий, 1968).	X – расстояние между городами X/57+9= X/38, X=1026 км	Неизвестны t_1 и t_2 1) t_1 + 9 ч = t_2 2)$s/v_2 – s/v_1$ = 9 ч X/38 - X/57 = 9

	ных.			
2c		Четыре гири весят вместе 40 кг. Определите вес самой тяжелой гири, если известно, что каждая из них в 3 раза тяжелее, более легкой (Крутецкий, 1968).	X – вес наименьшей гири X+3X+9X+27X=40 X=1 кг	Неизвестен вес каждой из 4 гирь 1) в1+в2+в3+в4=40 кг 2)в2=3в1, в3=3в2 и т.д.
3	Функциональные зависимости различного вида устроены так, что задано количественное соотношение между четырьмя неизвестными величинами: они попарно заданы друг через друга. Таким образом, имеет место два соотнесения неизвестных между собой.	Автобус от вокзала поехал в аэропорт, находящийся в 40 км. Через 10 мин вслед поехало такси. Скорость такси на 20 км/ч больше скорости автобуса. Найти скорости обоих, если в аэропорт они прибыли одновременно? (Алимов и др., 2003, стр. 132, №2).	X – скорость автобуса 40/(X+20) + 1/6 =40/X, X=60км/ч	Неизвестны t_1 и t_2; v_1 и v_2 1) v_1+20 км/ч = v_2; X+20 2) t_1+1/6 ч =t_2 40/(X+20) + 1/6 =40/X
3c	Задач этого типа в указанных учебных курсах обнаружено не было			

ВОЗМОЖНОСТИ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИИ

АНАЛОГИЧНО СЛУЧАЮ ДУНКЕРОВСКИХ ЗАДАЧ

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ[1]

А) Типы ошибок при решении регулярной задачи

1. *ошибки извлечения:* 1а) невозможность вычленить функциональные связки, и, как следствие, отказ от построения основного отношения задачи, 1б) извлечение функциональных связок, соответствующих иному (обычно более простому) виду задачи без построения основного отношения задачи или с неадекватным его построением, 1в) неадекватное вычленение одной или нескольких функциональных связок, отвечающих типу решаемой задачи, и, как следствие, отказ от по-

[1] Автор выражает глубокую признательность студентам ИП им. Выготского РГГУ Н.В. Гучек и П.С. Феофановой за помощь в подготовке и проведении эмпирического исследования, а В.Ю. Степанову – также за продуктивное обсуждение теоретических идей, изложенных в данной работе.

строения или неверном построении основного отношения задачи, 1г) неспособность установить или неверное установление отношений между верно извлеченными функциональными связками;

2. ошибки решения: 2а) неверные вычисления, 2б) путаница в единицах измерения, 2в) ошибочные подстановки числовых данных в формулу или в уравнение, 2г) неверные операции с дробями, 2д) ошибочное применение степеней, 2е) неверные алгебраические преобразования выражений и др.

Таблица 2. Константная структура переменной высокого порядка

<table>
<tr><td colspan="4">Скорость товарного поезда 38 км в час, а пассажирского 57 км в час. Первый вышел со станции А на 7 часов раньше второго, но второй обогнал его и пришел на станцию В двумя часами раньше. Каково расстояние между городами А и В?</td></tr>
<tr><td>X – расстояние между городами

X/38 - X/57 = 9,

X=1026 км</td><td>X – время первого поезда в пути

38X=57(X-9),

X = 27 ч</td><td>X – время второго поезда в пути

57X=38(X+9),

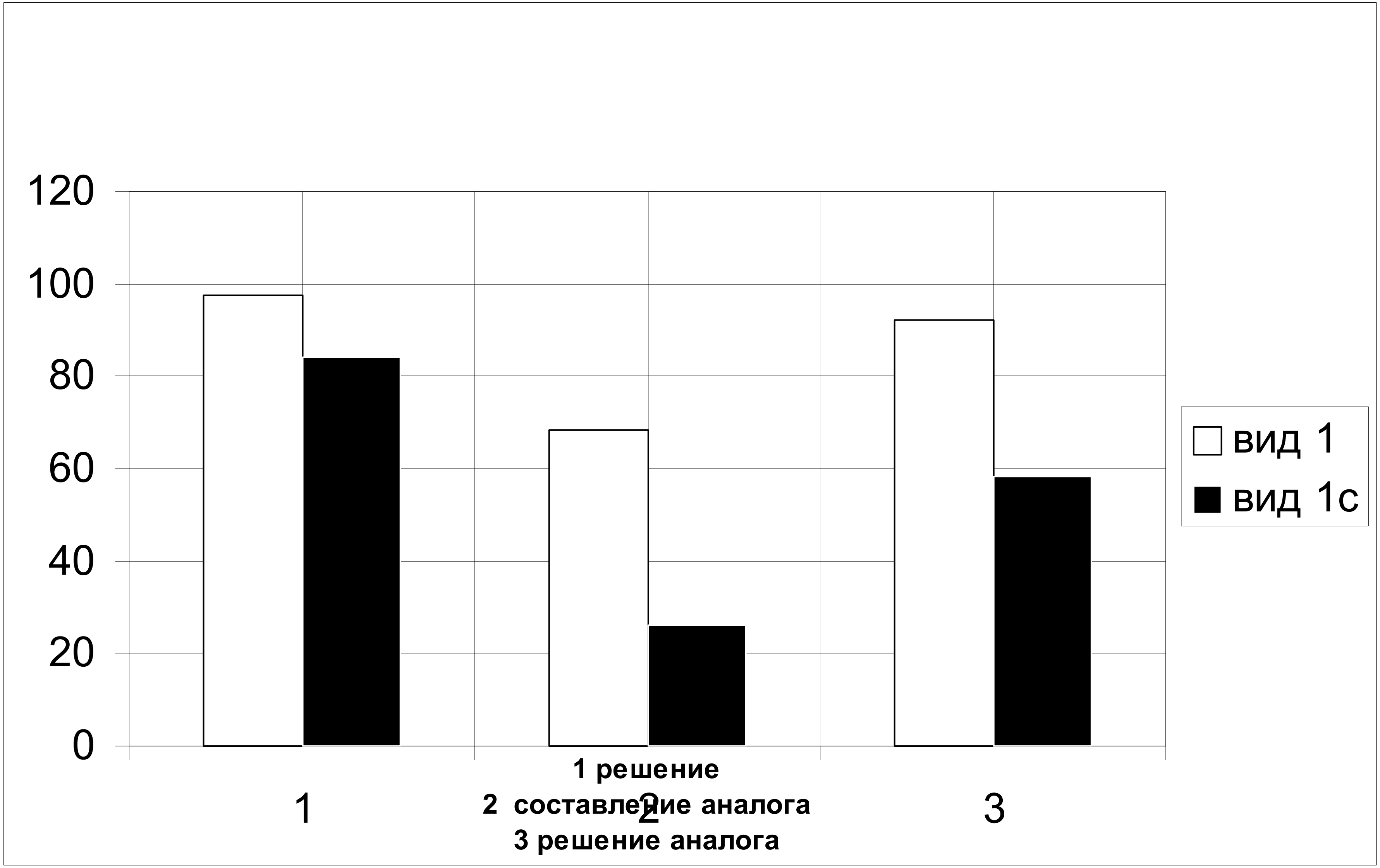
X = 18 ч</td><td>X – время второго поезда в пути к моменту встречи
57X=38(X+7), X=14ч
X – время второго поезда за последнюю часть пути</td></tr>
</table>

			57X=38(X+2), X=4ч
Неизвестны t_1 и t_2 1) t_1 - 9 ч = t_2 2) $s/v_1 - s/v_2 = 9$	Неизвестны t_1 и t_2 1) t_1 - 9 ч = t_2 2) $v_1t_1 = v_2(t_1 – 9)$	Неизвестны t_1 и t_2 1) t_1 - 9 ч = t_2 2) $v_2t_2 = v_1(t_2 +9)$	Неизвестны t_1 и t_2 1) t_{1a} - 7 ч = t_{2a} t_{1b} - 2 ч = t_{2b} 2) $v_2t_{2a} = v_1(t_{2a} +7)$ $v_2t_{2b} = v_1(t_{2b} +2)$

Реконструкция основания: $$\begin{cases} \mathbf{v_1t_1= s} \\ \mathbf{v_2t_2= s} \\ \mathbf{t_1 - t_2 = 9\ ч} \end{cases}$$

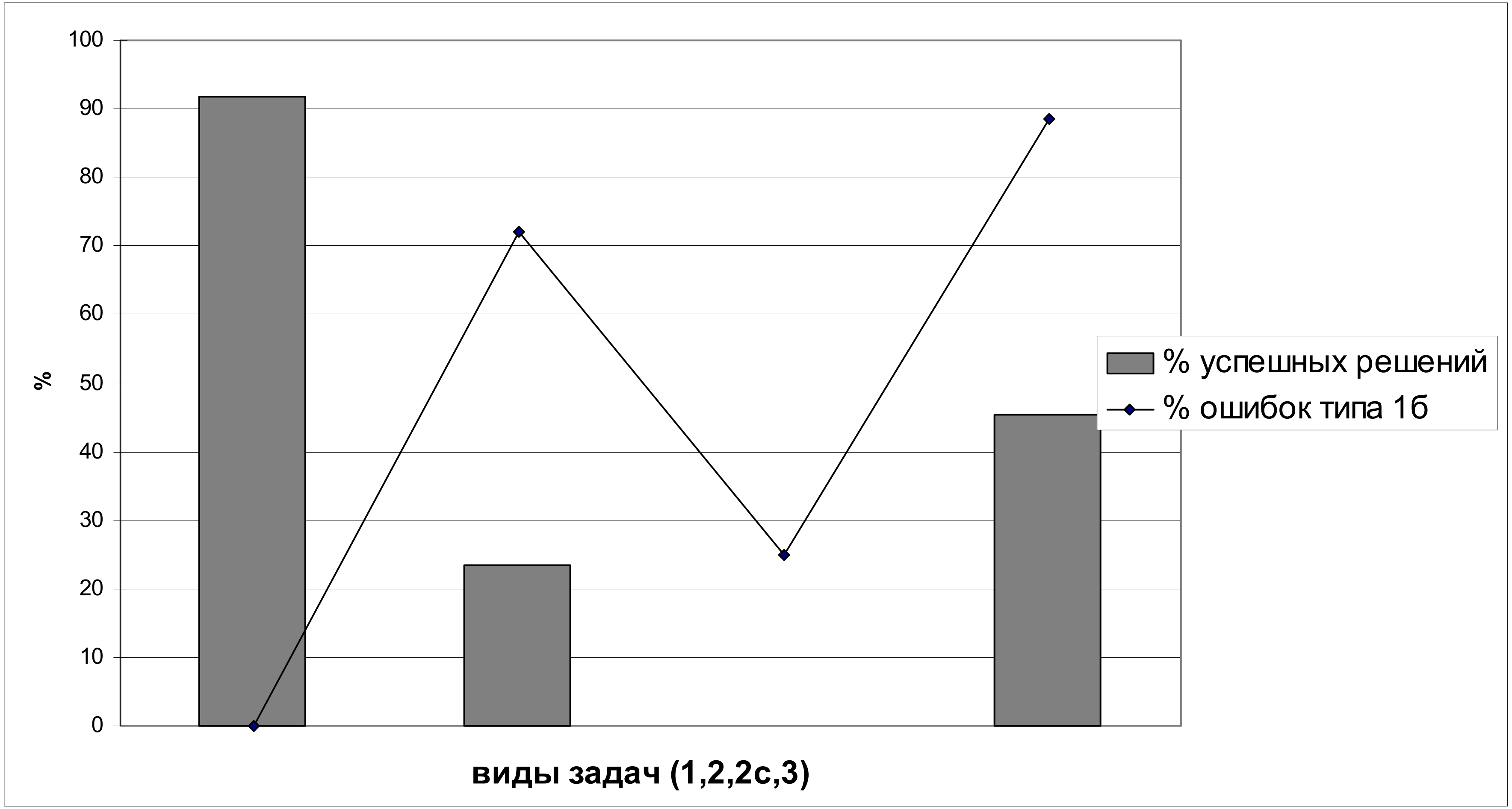
1-я серия экспериментов

В 1-й серии экспериментов испытуемые (19 учащихся вторых классов средней школы г. Москвы (возраст 8-9 лет)) должны были последовательно решить задачи трех типов – 1, 1с, 2. Условия каждой из них были напечатаны на небольшой картонной карточке. После решения каждой задачи их просили составить такую же, а затем решить ее. Таким образом, испытуемый решал задачу, независимо от результата составлял ей подобную, которую затем также должен был решить. Этот цикл повторялся для каждого типа задач. Испытуемых просили рассуждать вслух или записывать ход решения.



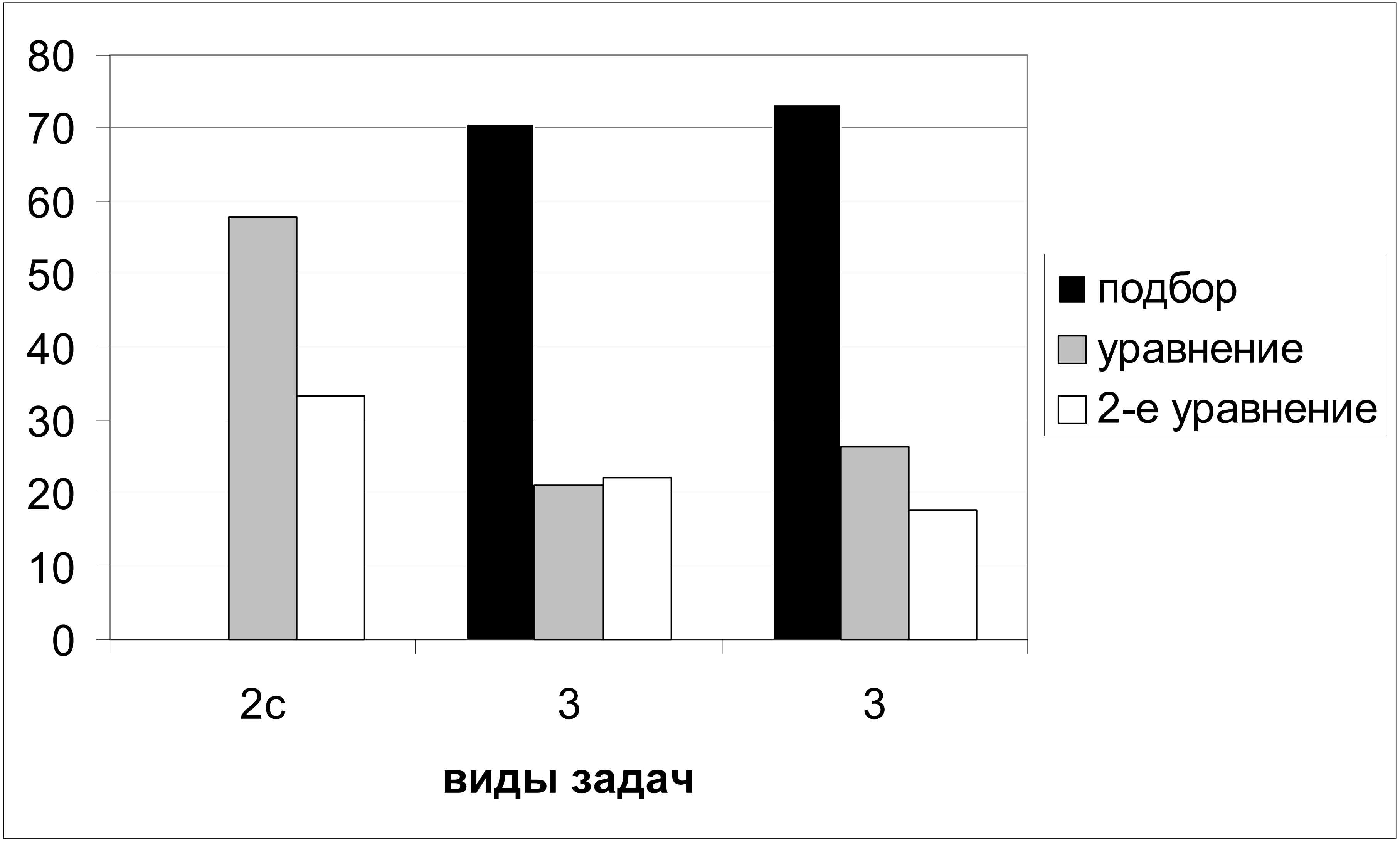
2-я серия экспериментов

Во 2-й серии испытуемые (17 учащихся пятых классов средней школы г. Москвы (возраст 10-11 лет)) получали условия задачи одного из четырех типов – 1, 2, 2с, 3, также напечатанные на карточке. Они должны были придумать вопрос к задаче, а затем решить ее. Испытуемых просили рассуждать вслух или записывать ход решения.



3-я серия экспериментов

В 3-й серии испытуемые (19 студентов гуманитарных специальностей московских вузов (возраст от 18 до 25 лет)) получали задачу одного из двух типов – 2с, 3, напечатанную на карточке, с инструкцией решать ее, рассуждая вслух. До решения происходила проверка сформированности у испытуемых аксиом, описывающих процедуру правильного решения по аналогии с работами Ж. Пиаже (1969), в которых было выделено четыре аксиомы для математических групп (композиции x+x`=y; y+y`=z, обратимости y-x=x` y-x`=x, ассоциативности (x+x`)+y`=x+(x`+y`) и общей идентичной операции x-x=0; y-y=0). Для этого испытуемым предлагалось решить несколько арифметических выражений и преобразовать и решить несколько уравнений, четко соответствовавших аксиомам; не справившиеся ни с одним из предложенных уравнений, исключались из процедуры. Затем для решения предлагались задачи. В случае успешного решения испытуемых просили решить задачу другим способом, т.е. взять за X иную величину. Все эксперименты проводились индивидуально. Общее количество полученных протоколов решения – 197.



ВЫВОДЫ:

1) Можно предположить, что подобная структура результатов свиде-

тельствует в пользу реального существования выделенных типов задач и лежащих в их основании переменных высокого порядка. Так, результаты первой серии объясняются тем, что испытуемые уже в значительной степени владеют инвариантом вида 1. При этом его составная разновидность освоена ими хуже, несмотря на то что, арифметически задачи являются очень близкими. Все это приводит к сложностям в составлении аналогичной задачи, а затем и в ее решении. Испытуемыми второй серии инварианты вида 2 и 3 освоены хуже, чем вида 1. Поэтому они и подменяют их более простыми, что находит свое отражение в решениях подбором и в большом числе ошибок типа 1б. Результаты третьей серии показывают, что инвариантами вида 1 и 2с испытуемые владеют много лучше, чем 3. Поэтому, хотя алгебраически задачи были весьма схожими, успешность их решения отличалась почти в 3 раза.

2) Предложенная классификация ошибок продемонстрировала достаточную адекватность: она позволила однозначно интерпретировать более 95 % ошибок испытуемых, зафиксированных в экспериментальных протоколах.

3) Связь между математической аксиоматикой и успешностью решения регулярных задач, как оказалось, носит нелинейный характер. Если отсутствие аксиом (неспособность преобразовать и решить уравнения на предварительной стадии) однозначно предсказывает неуспех в решении задач вида 2с и 3, то их наличие (верные преобразования и решения уравнений) не позволяет сделать никаких однозначных выводов. Примерно 50 % испытуемых, владевших аксиоматикой, смогли правильно составить по предложенным задачам уравнения и решить их. Таким образом, этот результат свидетельствует в пользу наличия специальных психологических механизмов, не связанных с математической аксиоматикой, обеспечивающих решение задач.

Выводы:

1. При этом адекватное извлечение противоречия из примума происходит в 73,8 (53,7 + 20,1) % случаев, что подтверждает преобладание функциональных отношений в ходе решения дункеровской задачи и построение основного отношения с опорой на них. Однако четверть ответов, по сути, игнорирующих структуру задачи, свидетельствует о существенных сложностях извлечения инварианта.

2. Предложенная классификация ошибок позволяет однозначно интерпретировать более 96 % решений.

Все результаты получены в ходе индивидуальных экспериментов. Испытуемые – школьники старших классов средних школ г. Москвы, учащиеся вспомогательных групп одного из московских СПТУ, обучавшиеся по специальности «строительный плотник», студенты и аспиранты московских вузов, сотрудники различных научно-исследовательских учреждений г. Москвы. Общее количество испытуемых – 28 чел. в возрасте от 15 до 44 лет. Общее количество полученных различных вариантов решения задачи – 49. Общее число полученных решений – 149. Количество вариантов решения от одного испытуемого: от 1 до 21. Процент нашедших правильное решение – 85,7. Четвертый тип ответов из-за сложностей идентификации был исключен из анализа.

Литература

1. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И. Алгебра: учебник для 8 класса общеобразовательных школ. – М., 2003.
2. Гибсон Дж. Экологический подход к зрительному восприятию. – М., 1988.
3. Дункер К. Качественное (экспериментальное и теоретическое) исследование продуктивного мышления // Психология мышления. – М., 1965. с. 21-85.
4. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М., 1968.
5. Пиаже Ж. Избранные произведения. – М., 1969.
6. Спиридонов В.Ф. Закономерности онтогенетического развития продуктивного мышления. Вестник МГУ, сер. 14, Психология, 1994. № 2, с. 13-24.
7. Спиридонов В.Ф. Механизмы решения задач и проблем в свете «экологического» подхода // Культурно-исторический подход и проблемы творчества. – М., 2003. с. 391-402.
8. Спиридонов В.Ф. Функциональная организация процесса решения мыслительных задач 2004, в печати.
9. Чесноков А.С., Нешков К.И. Дидактические материалы по математике для 6 класса. – М., 2002.
10. Шклярова Т.В. Реши задачу! (3 /1-4/, 2 /1-3/) – М., 2000.
11. Duncker K. A qualitative (experimental and theoretical) study of productive thinking (solving of comprehensible problems) // J. of genetic Psych., 1926. 33, pp. 642-708.
12. Metcalfe J., Wiebe D. Intuition in insight and noninsight problem solving // Memory and Cognition, 1987. 15 (3), pp. 238-246.
13. Oléron P. Les activités intellectuelles // Fraisse P., Piaget J. (Eds.) Traité de psychologie experimentale. (Vol. VII «L'intelligence»), Paris: PUF, 1963. pp. 1-63.