МАТЕМАТИКА В КАЗАНСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ЗА ПЕРВЫЕ ПОЛТОРА СТОЛЕТИЯ ЕГО СУЩЕСТВОВАНИЯ

М.М. Арсланов

Приятно быть хорошего происхождения,
но заслуга в этом принадлежит
нашим предкам

Плутарх

Наука есть явление социальное.
Индивидуальное творчество вырастает
и может достигнуть своих вершин
лишь на основе высокого научного уровня
непосредственно питающей это
творчество общественной среды

В.В. Степанов

Анализ развития математики в Казанском университете для удобства изложения я разобью на три части. Прежде всего, это вклад ученых в развитие мировой математической науки: создание авторитетных научных школ и новых научных направлений, а также их участие в решении крупных математических проблем. Большую роль в развитии российской математической науки сыграла также деятельность ученых Казанского университета по постановке математического образования. Наконец, большая работа проводилась казанскими математиками по изучению и пропаганде научного наследия нашего великого предшественника – Николая Ивановича Лобачевского. Ясно, что такое разделение носит условный характер, и эти три направления взаимосвязаны. Преподавание идет рука об руку с наукой, они обогащают и стимулируют друг друга, а в исследованиях творческого наследия Н.И. Лобачевского большое место занимает творческий элемент.

Вот неполный перечень имен ученых нашего университета, внесших наиболее крупный вклад в эти направления исследований, чья научная и педагогическая деятельность принесла казанской математической школе заслуженное признание в России и за рубежом[1] : М.Ф. Бартельс (1769 – 1836), Н.И. Лобачевский (1792 – 1856), П.И. Котельников (1809 – 1879), А.Ф. Попов (1815 – 1879), В.Г. Имшенецкий (1832 – 1892), Ф.М. Суворов (1845 – 1911), П.С. Порецкий (1846 – 1907), В.П. Максимович (1850 – 1889), П.С. Назимов (1851 – 1901), А.В. Васильев (1853 – 1929), Д.Н. Зейлигер (1864 – 1936), А.П. Котельников (1865 – 1944), Д.М. Синцов (1867 – 1946), Н.Н. Парфентьев (1877 – 1943), Н.А. Васильев (1880 – 1940), Н.Г. Чеботарев (1893 – 1947), П.А. Широков (1895 – 1944), А.П. Норден (1904 – 1993), Б.М. Гагаев (1897 – 1975), Б.Л. Лаптев (1905 – 1989), Ф.Д. Гахов (1906 – 1980), И.Д. Адо (1910 – 1983), В.В. Морозов (1910 – 1975), А.З. Петров (1910 – 1972), Н.Н. Мейман (1912 – 2002). Дальнейшее развитие науки перекрыло, конечно, многие достижения этих ученых. Однако для истории нашего университета их исследования имеют большое значение. Они, в частности, говорят, что во все годы существования Казанского университета в нем были математики первой величины, внесшие весомый вклад в развитие отечественной и мировой науки того времени.

Вклад ученых Казанского университета в мировую математическую науку

Пионерские работы Н.И. Лобачевского по созданию неевклидовой геометрии были и остаются самым ярким достижением казанских ученых за все время существования университета. По словам выдающегося немецкого математика Ф. Клейна, сказанным им по поводу открытия неевклидовой геометрии, "здесь нашел яркое проявление один из самых примечательных законов человеческой истории, состоящий в том, что новые идеи открываются не только отдельным творцам, но что само время таит в себе великие идеи и проблемы, и в моменты их созревания оно ставит их (может быть, даже навязывает) осененным гениальностью умам"[2].

О работах Н.И. Лобачевского по неевклидовой геометрии существует обширная литература (см., например, книги А.В. Васильев. Николай Иванович Лобачевский (М.: Наука, 1992) и В.Ф. Каган. Лобачевский (М.: Изд-во АН СССР, 1948), а также статью А.П. Норден. Вопросы обоснования геометрии в работах Н.И. Лобачевского (в кн.: Историко-математические исследования. – 1958. – Вып. XI. – С. 97-132). Я остановлюсь лишь на одном вопросе, участником дискуссий по которому мне часто приходилось бывать во время зарубежных поездок.

---

[1] Ясно, что это изложение носит чисто субъективный характер. Кроме того, я сознательно ограничиваюсь периодом до 1960-х годов. Оценка деятельности моих современников должна производиться будущими поколениями математиков

[2] Ф. Клейн. Лекции о развитии математики в XIX-м столетии. – М.: Наука, 1989. – С. 71-72

Как хорошо известно, над созданием неевклидовой геометрии кроме Лобачевского примерно в одно время с ним независимо друг от друга работали великий немецкий математик К.Ф. Гаусс и молодой венгр Янош Больяи. Наиболее близко к результатам, полученным Лобачевским по созданию неевклидовой (или "воображаемой", как ее называл сам Николай Иванович) геометрии, и даже несколько раньше него, подошел Гаусс, хотя эти свои работы он не опубликовал, информация о них сохранилась только в его бумагах и письмах, а также в воспоминаниях современников. Среди западных математиков встречается мнение, что только нежелание публиковать свои работы по неевклидовой геометрии помешало Гауссу иметь приоритет первооткрывателя неевклидовой геометрии и, более того, к своим геометрическим исследованиям Лобачевский мог придти под влиянием своего учителя М.Ф. Бартельса, который до приезда в Россию работал вместе с Гауссом в Геттингенском университете и которого с Гауссом связывала многолетняя дружба, сохранившаяся (в виде переписки) и после отъезда Бартельса в Россию. Считается, что Гаусс мог ознакомить Бартельса со своими идеями, которые сходны с теми, к которым пришел в своих исследованиях Лобачевский, а Бартельс мог поделиться ими со своим учеником. В своей речи, произнесенной в связи со столетием со дня рождения Лобачевского, профессор А.В. Васильев также допустил возможность того, что именно Гаусс дал толчок геометрическим изысканиям Лобачевского[3)]. Однако более поздние исследования убедительно доказали, что Лобачевский проводил свои исследования вполне независимо от Гаусса (по этому поводу см., например, упомянутую выше монографию В.Ф. Кагана о Лобачевском, а также публикацию И.Я. Депман. М.Ф. Бартельс – учитель Н.И. Лобачевского (в кн.: Историко-математические исследования. – 1950. – Вып. III. – С. 475-485)). Анализ научного наследия этих великих математиков показывает также, что Лобачевский пошел значительно дальше Гаусса в развитии своей геометрии. Более того, как пишет А.П. Норден, "эти исследования не являлись для Лобачевского самоцелью. Этим он стремился дать доказательство *непротиворечивости своей геометрии*[4)]. В наследии Гаусса мы нигде не встречаем подобную постановку вопроса" (А.П. Норден. Гаусс и Лобачевский. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. – С. 145-

[3)] Позднее А.В. Васильев отказался от этой точки зрения, указав, что "... найдены новые материалы, которые приводят к убеждению о том, что Лобачевский начал заниматься теорией параллельных линий вполне независимо от влияния Гаусса и что Бартельс не мог служить посредником этого влияния. ... Лобачевский мог начать заниматься ею только потому, что интерес к этой теории особенно оживился в конце XVIII-го и начале XIX-го столетий" (А.В. Васильев. Николай Иванович Лобачевский. – М.: Наука, 1992. – С. 124)

[4)] Курсив мой

168)[5]. В ранее упомянутой статье 1958 года А.П. Норден указывает на то место "Пангеометрии" Н.И. Лобачевского, в котором Лобачевский "высказывает мысль о возможности обнаружить неевклидову природу пространства с помощью астрономических наблюдений", что прямо говорит о стремлении автора доказать непротиворечивость своей теории.

Казанскому университету повезло: чуть ли не с первых лет его образования в его стенах появился гениальный ученый, подаривший миру одно из самых замечательных математических открытий. Весь последующий период развития университета проходил под благотворным влиянием имени этого великого ученого и созданной им неевклидовой геометрии. Н.И. Лобачевский не только в хронологическом отношении находится в начале математических исследований в Казанском университете, его работы служат отправным пунктом многих новых отраслей науки, активно развивавшихся в университете в последующие десятилетия. Хорошо известны работы Лобачевского по алгебре, теории чисел, математическому анализу. По словам А.И. Богуславского[6], при построении основ арифметики Лобачевский во многом предварил позднейшие исследования Гельмгольца, а его книга "Алгебра или вычисление конечных" (Казань, 1834) являлась одной из трех (наряду с монографиями М.В. Остроградского и И.И. Сомова) классических монографий по алгебре того времени[7]. Разработанный Н.И. Лобачевским метод нахождения корней нелинейных алгебраических уравнений долгие годы (до появления быстродействующих вычислительных устройств[8]) оставался одним из самых совершенных способов решения таких уравнений[9]. Здесь нужно отметить, что этот метод несколько раньше Лобачевского был предложен французским (по некоторым источникам – бельгийским) математиком Ж.П. Данделеном, а позднее – швейцарским математиком К.Г. Греффе. Поэтому иногда его называют методом Лобачевского – Греффе – Данделена. Однако проведенный львовским математиком В.Ф. Рогаченко тщательный анализ работ Данделена и Лобачевского[10] неопровержимо доказывает, что при-

[5]) Непротиворечивость геометрии Лобачевского была доказана уже после его смерти в работах итальянского математика Е. Бельтрами (1868) и Ф. Клейна (1871)

[6]) А.И. Богуславский. Аксиомы арифметики по Гельмгольцу и Лобачевскому. – М., 1894

[7]) А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 265

[8]) Метод Лобачевского оказался непригодным для компьютерной реализации из-за его недостаточной универсальности и громоздкости алгоритма

[9]) А.Г. Курош в своей книге "Курс высшей алгебры" (М.: Наука, 1975) пишет, что "метод Лобачевского является наиболее совершенным методом среди методов приближенного вычисления корней"

[10]) В.Ф. Рогаченко. Об открытии Н.И. Лобачевским метода приближенного решения численных алгебраических уравнений. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1953. – Вып. VI. – С. 477-494

оритет в открытии метода принадлежит Лобачевскому: в отличие Данделена (который остановился на общих теоретических рассуждениях) Н.И., основываясь на разработанной им независимо общей теории, создал практический метод, пригодный для вычисления корней конкретно заданного уравнения.

Среди негеометрических работ Н.И. Лобачевского выделяются также его работы по математическому анализу, опубликованные в "Ученых записках Казанского университета" в 1834 – 1852 годах. Весьма подробный анализ работ Лобачевского по математическому анализу содержится в статье московского историка математики Г.Л. Лунца "О работах Н.И. Лобачевского по математическому анализу" (в кн. Историко-математические исследования. – 1949. – Вып. II. – С. 9-71). Работы Лобачевского по математическому анализу содержат исследования по теории тригонометрических рядов, в которых он, по словам Лунца, предварил некоторые идеи Римана, и по теории гамма-функций, где им получен оригинальный необходимый и достаточный признак сходимости знакопостоянных рядов. Приведенные в этих работах условия сходимости ряда Фурье, сформулированные без требования наличия только конечного числа экстремумов, шире аналогичных условий Дирихле. По словам Лунца, "в своих аналитических работах Лобачевский проявил всю силу своего математического гения и во многих вопросах на годы и даже на десятилетия опередил своих современников".

Н.И. Лобачевский был также одним из инициаторов создания при университете Казанского экономического общества и до последних дней жизни принимал деятельное участие в жизни общества в качестве его действительного члена. Известны исследования Н.И. экономических нужд Поволжья, Урала и Сибири, его инициативы по рационализации сельского хозяйства, усилия по распространению среди населения профессионального сельскохозяйственного и торгового образования[11]. Разрабатывая теорию теплопроводности почвы, Лобачевский провел интересные наблюдения за изменением температуры на разных глубинах почвы.

У Н.И. Лобачевского было довольно много учеников, специализирующихся по самых разным направлениям физико-математических наук. Не все они стали известными учеными, не все их имена сохранились. Известно об ученике Лобачевского из Отделения физики – М.В. Ляпунове, который специализировался по астрономии. Ляпунов окончил Казанский университет в 1839 году с серебряной медалью и был оставлен в Университете в должности астронома-наблюдателя. В июне 1842 года вместе с Лобачевским он выезжал в Пензу для наблюдения за полным солнечным

[11] Подробнее об этом см. Д.С. Гутман. Н.И. Лобачевский и Казанское экономическое общество. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. – С. 77-100

затмением, а 24 августа того же года активно помогал ректору Лобачевскому при спасении университетских зданий от большого городского пожара, за что получил благодарность от Министра народного просвещения.

В Казанском университете начал свою научно-педагогическую деятельность **Николай Дмитриевич Брашман** (1796 – 1866), впоследствии профессор Московского университета, ученый, с чьим именем, наряду с именами Н.Е. Зернова и Д.М. Перевощикова[12)], связано начало серьезной научно-исследовательской президентом Московского математического общества, а также основателем и первым редактором журнала "Математический сборник". Он являлся учителем выдающегося русского математика П.Л. Чебышева, и его влияние на формирование научных взглядов и интересов Чебышева, по свидетельству самого Пафнутия Львовича, было весьма значительным[13)].

Н.Д. Брашман родился 14 июня 1796 года в местечке Росенова (в Моравии) в еврейской купеческой семье. В 1818 г. окончил университет в Вене, где работал под руководством бывшего профессора Казанского университета И.А. Литтрова, переехавшего в Вену из Казани в 1819 году[14)]. По окончании университета Брашман несколько лет работает в Вене (ведет частную преподавательскую работу), потом переезжает в Петербург и становится учителем Петропавловского училища. В 1825 году Н.Д. переезжает в Казань и получает в Казанском университете место адъюнкта (по-видимому, И.А. Литтров, использовав старые связи в Казанском университете, добился назначения своего ученика на эту должность). В Казанском университете Брашман преподает многие математические дисциплины, а также астрономию и механику. В Казани начинается и научная деятельность Брашмана. К казанскому периоду относятся следующие его работы, опубликованные уже после его перехода в Московский университет:

1. Общие рассуждения о математическом анализе и пример использования дифференциальных уравнений по способу Штурма (Моск. уч. зап., 1834);

2. О трансцендентных функциях Абеля (там же);

3. Рассуждения Пуассона об интегралах алгебраических функций (там же, 1835);

[12)] Также один из первых выпускников Казанского университета, начавший здесь свою научную деятельность. Подробнее о нем мы расскажем ниже

[13)] Подробнее о работе Н.Д. Брашмана в Московском университете см. М.Я. Выгодский. Математика и её деятели в Московском работы в Московском университете. Брашман является основателем и первым университете во второй половине XIX в. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1948. – Вып. I. – С. 141-183

[14)] Об И.А. Литтрове см. ниже

4. Примечания к теории наибольших и наименьших величин функций многих переменных (там же);

5. Приложения теории неравенств (там же).

В 1832 году Брашман избирается на должность экстраординарного профессора, но утверждение его было отложено до введения нового университетского устава. В 1834 году Н.Д. получает место профессора чистой математики в Московском университете, и в дальнейшем его научная и педагогическая деятельность проходит в стенах этого университета.

Преемником Лобачевского по кафедре математики стал его ученик **Александр Федорович Попов** (1815 – 1878). После окончания Казанского университета в 1835 г. Попов преподает в местной гимназии. В 1846 г. он был приглашен в университет и по представлению Лобачевского заменил его на кафедре чистой математики.

Сфера научных интересов А.Ф. Попова связана с гидродинамикой, теорией волн на поверхности жидких тел, теорией упругости и теорией звука. В 1845 году он защитил докторскую диссертацию "Об интегрировании уравнений гидродинамики, приведенных к линейному виду", посвященную исследованию природы волновых движений. Н.И. Лобачевский в своем "обстоятельном, со многими самостоятельными выводами"[15] отзыве дал весьма высокую оценку диссертации Попова. В 1846 г. по предложению Лобачевского Попов был избран экстраординарным профессором по кафедре чистой математики и с этого времени в течение 20 лет вел научную и педагогическую работу в Казанском университете. Лекции Попова отличались, по воспоминаниям его учеников, ясностью и увлекательностью изложения. Его перу принадлежит свыше 60 работ, доставивших ему известность в России и за границей, в том числе две работы по чистой математике: "Учение об определенных интегралах" и "Основания вариационного исчисления". Как пишет А.В. Васильев[16], "выражение остаточного члена для строки Лежандра, найденное им, должно носить имя А.Ф. Попова". В 1866 г. Попов был избран членом-корреспондентом Российской академии наук и почетным членом Казанского университета.

В числе учеников А.Ф. Попова – два выдающихся профессора Казанского университета: Василий Григорьевич Имшенецкий и Федор Матвеевич Суворов.

Василий Григорьевич Имшенецкий (1832 – 1892) является одним из известнейших русских математиков. В 1853 году он окончил физико-математический факультет Казанского университета с золотой медалью и степенью кандидата[17]. До 1860 года работал преподавателем в Ниж-

[15] А.В. Васильев. Николай Иванович Лобачевский. – М.: Наука, 1992. – С. 84

[16] Там же, с. 92

[17] В те годы в российских университетах существовали три ученые степени: кандидатская, которая присуждалась каждому выпускнику, успешно закончившему универ-

нем Новгороде. В 1860 г. Имшенецкий начал преподавать в университете (с 1868 года – профессор); в 1865 г. защитил магистерскую диссертацию "Об интегрировании уравнений с частными производными первого порядка" и получил место доцента чистой математики. В 1868 г. он защитил докторскую диссертацию "Исследование способов интегрирования уравнений с частными производными второго порядка функции двух независимых переменных". В ней Имшенецкий развил общую аналитическую теорию преобразований уравнений типа уравнений Монжа – Ампера к линейному виду при наличии частного интеграла. Обе диссертации сыграли важную роль в развитии теории дифференциальных уравнений в частных производных 1-го и 2-го порядков и получили высокую оценку как российских, так и зарубежных ученых. Диссертации были переизданы в 1916 г. Московским математическим обществом и рекомендованы в качестве учебных пособий. В 1869 году обе диссертации были переведены на французский язык, а в 1892 году докторская диссертация Имшенецкого была переведена и на немецкий язык. Позднее, в 1894 году Софус Ли по поводу этих работ писал, что они представляют собой ... "первое систематическое резюме исследованиям Лагранжа, Коши и Якоби в этой области. Во всяком случае, я узнал эти теории благодаря произведениям Имшенецкого, которые, по моему мнению, отличаются ясным представлением и точной формой. Еще большее значение имеет произведение Имшенецкого о дифференциальных уравнениях с частными производными второго порядка, которое вносит новый вклад в теории, обоснованные Лапласом, Монжем и Ампером"[18].

В 1868 г. Имшенецкому было присвоено звание экстраординарного, а в 1869 г. – ординарного профессора. В декабре 1871 г. он вместе с шестью прогрессивно настроенными коллегами подал прошение об уходе из университета в знак протеста против увольнения профессора-анатома П.Ф. Лесгафта[19]. По этому поводу А.В. Васильев пишет: "Универси-

---

ситет; магистерская, эквивалентная сегодняшней кандидатской степени: для получения магистерской степени требовалось сдать магистерские экзамены по специальности и защитить магистерскую диссертацию; и, наконец, докторская степень, эквивалентная сегодняшней докторской степени

[18] В.А. Кочев. Академик В.Г. Имшенецкий (жизнь и творческое наследие по математике и механике). – Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Свердловск, 1953. – С. 13

[19] Петр Францевич Лесгафт (1837 – 1909), педагог, анатом и врач, основоположник научной системы физического образования и врачебно-педагогического контроля в физической культуре, один из создателей теоретической анатомии. В 1861 году окончил Медико-хирургическую академию в Петербурге и был оставлен при ней для научной работы. С 1865 года – доктор медицины, с 1868 года – профессор, заведующий кафедрой физиологической анатомии в Казанском университете. За три года, проведенные Лесгафтом в Казанском университете, он стал одним из его самых уважаемых и авторитетных профессоров. Казанская газета "Неделя" писала о нем: "Один

тет лишился почтенного ученого и ревностного преподавателя, а город Казань – видного общественного деятеля: В.Г. был гласным первого состава Казанской Городской думы по городскому положению 1870 года и принимал деятельное участие в разных городских комиссиях, по поручению городской думы"[20]. В.Г. Имшенецкий в частном письме о мотивах своего поступка пишет следующее: "Видя, что партия большинства подавляет и исключает всякое проявление самостоятельности основанного на законах отношения к делу остальной группы членов, я делал вместе с другими попытки получить удовлетворительный выход из этого невыносимого положения, но эти попытки привели только к тому, что наши понятия о праве и правде втоптаны в грязь, и положение настолько ухудшилось, что всем нам стало, очевидно, невозможно оставаться далее в университете, не поступившись своим человеческим достоинством"[21].

После ухода из университета В.Г. два года работал в конторе Волжско-Камского банка, а в 1872 г. перешел на работу в Харьковский университет, где был избран профессором и заведовал кафедрой механики до своего отъезда в Петербург в 1882 году. В декабре 1881 г. по представлению академиков П.Л. Чебышева, В.Я. Буняковского и А.Н. Савича Имшенецкий был избран ординарным академиком и в 1882 году переехал в Петербург. Здесь он вел большую научную и научно-организационную работу в Академии наук, преподавал на Высших женских курсах (1884 – 1891) и в Петербургском технологическом институте. На харьковский и петербургский периоды жизни Имшенецкого приходятся его работы по общей теории интегрирования обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Им был предложен весьма эффективный способ нахождения рациональных решений линейных дифференциальных уравнений с помощью введенного особого интегрирующего множителя. Эта работа Имшенецкого неожиданно получила драматическое продолжение.

Дело в том, что в 1830-х годах известный французский математик Ж. Лиувилль (1809 – 1882) опубликовал несколько работ, в которых изложил новый способ отыскания дробно-рациональных решений линейных

из самых ярких анатомов, каких производил свет". В 1871 году Лесгафт выступил с резким осуждением произвола реакционной части профессуры и руководства Казанского университета. В частности, он опубликовал в одной казанской газете статью с претенциозным названием "Что творится в Казанском университете?". В результате Лесгафт был уволен и вынужден покинуть город. Вернувшись в Петербург, занимался научной работой. "Дело Лесгафта" вызвало большое волнение научной общественности России. Протестуя против увольнения Лесгафта, семь профессоров университета подали в отставку. В их числе был и В.Г. Имшенецкий

[20] Биографический словарь профессоров и преподавателей императорского Казанского университета (1804 – 1904). Часть 1. – Казань, 1904

[21] Там же, с. 344

дифференциальных уравнений с рациональными коэффициентами произвольного порядка. Однако оказалось, что его способ приводит к весьма громоздким решениям и успешно применим только к уравнениям первого и второго порядков. Метод, предложенный Имшенецким, как было указано самим автором, был избавлен от этого недостатка. Однако в своих рассуждениях В.Г. допустил неточность, которая впоследствии вызвала резкую критику со стороны противников его способа. Инициатором полемики явился академик А.А. Марков, к нему присоединились петербургские математики А.Н. Коркин, Д.К. Бобылев и К.А. Поссе, последний выступил с открытым письмом к Московскому математическому обществу. 19 мая 1982 г. Имшенецкий выступил на заседании Московского математического общества с ответом, и во время этой московской командировки, в ночь на 24 мая, скоропостижно скончался от паралича сердца. Следует отметить, что в ходе этой полемики, которая продолжилась и после смерти Имшенецкого и в которой приняли участие также московские математики Н.В. Бугаев и П.А. Некрасов, харьковский математик К.А. Андреев, способ Имшенецкого был обоснован почти во всех его главнейших частях [22)].

В.Г. Имшенецкий придавал большое значение организации коллективных творческих организаций ученых, считая, что "только коллективный научный труд способен привести к самому полному и безошибочному открытию истины". По его инициативе в 1879 г. создается Харьковское математическое общество, а после переезда в Петербург он стал инициатором создания в 1890 г. и Петербургского математического общества. Известно, что Имшенецкий также был одним из членов-учредителей Общества естествоиспытателей при Казанском университете, возникшего в 1869 году, в составе которого находилась физико-математическая секция, позднее выросшая в Казанское физико-математическое общество. Таким образом, Имшенецкий является инициатором создания трех российских математических обществ, сыгравших определяющую роль в развитии отечественной математики. Он – один из первых организаторов коллективной научной работы в России.

Во второй половине XIX-го столетия в Казанском университете работали также два талантливых молодых математика, чья творческая деятельность по трагическому стечению обстоятельств продолжились недолго, но ознаменовалась рядом замечательных достижений, оставивших заметный след в истории российской математической науки. Это профессора Казанского университета В.П. Максимович и П.С. Назимов.

Владимир Павлович Макси́мович (1850 – 1889) родился в 1850

[22)] Об этом, а также о жизни и научной деятельности Имшенецкого см. в брошюре В.А. Кочев. Академик В.Г. Имшенецкий (жизнь и творческое наследие по математике и механике). – Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Свердловск, 1953 году в Петербурге в дворянской семье. После окончания в 1866 году с золотой медалью гимназии В.П. становится студентом физико-математического факультета Петербургского университета. На него как на студента с выдающимися способностями обратил внимание академик П.Л. Чебышев. В 1867 году Максимович, "увлекаясь стремлением к самостоятельной умственной работе", бросает университет и "уезжает в деревню отца и там предается со страстностью исключительной умственной работе"[23]. В начале 1870-х годов В.П. уезжает в Париж, где посещает лекции в Политехнической школе. В начале 1880-х годов Максимович приезжает в Казань и в 1882 году защищает на физико-математическом факультете магистерскую диссертацию "Рассуждение о разложении в ряды функций от корней уравнений и о некоторых формулах приближения", и его зачисляют приват-доцентом на кафедру чистой математики Казанского университета. Все эти годы он усиленно работает над доказательством невозможности интегрирования в квадратурах общего линейного дифференциального уравнения второго порядка. Свои исследования в этом направлении В.П. подытожил в докторской диссертации "Разыскание общих дифференциальных уравнений 1-го порядка, интегрирующихся в конечном виде, и доказательство невозможности такого интегрирования для общего линейного уравнения второго порядка", защищенной в Казанском университете в 1885 году.

В 1883 году В.П. Максимович для студентов математиков начинает читать курс лекций по теории функций комплексной переменной. Это был один из первых курсов лекции по этой теории, прочитанных в России, поэтому его работы в этой области имеют непосредственное отношение к установлению соответствующей терминологии, в частности, векторных понятий [24].

В.П. Максимовичу принадлежат интересные работы и по алгебре. Как известно, в XIX-м столетии алгебра рассматривалась в основном как наука об исследовании корней алгебраических уравнений, именно эти вопросы интересовали Максимовича. 17 февраля 1883 г. на заседании Общества естествоиспытателей при Казанском университете В.П. выступил с сообщением "О доказательстве существования корня всякого алгебраического уравнения", в котором подверг критическому анализу доказательство Аргана – Коши теоремы о существовании корня произвольного алгебраического уравнения $f(z) = 0$. В нем авторы определяют бесконечную

[23] А.В. Васильев. О профессоре математики Владимире Павловиче Максимовиче. – Собрание протоколов заседаний Секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. – 1890. – Т. 8. – С. 53-56

[24] Н.В. Александрова. Первые шаги векторного исчисления в России. – В кн.: Историко-математические исследования, вторая серия. – 1999. – Вып. 4(39). – С. 82-98

последовательность значений z_0, $z_1, \ldots$ так, чтобы модуль $f(z_n)$ стремился к нулю при неограниченном возрастании n. Максимович заметил, что это доказательство нуждается в пополнении, так как в нем не установлено, что значения z_n, оставаясь ограниченными, при неограниченном возрастании n должны стремиться к определенному пределу. В.П. привел доказательство того, что можно подобрать такие натуральные индексы $n_1 < n_2 < n_3 < \ldots$, что последовательность z_{n_1}, z_{n_1}, $z_{n_1} \ldots$ будет стремиться к определенному пределу. Как заметил А.К. Сушкевич[25)], здесь Максимович по существу доказывает теорему о том, что всякое бесконечное ограниченное точечное множество имеет точку сгущения.

Всего в Протоколах Секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей В.П. Максимович опубликовал 5 работ.

В 1886 году Максимович переезжает в Киев и получает должность профессора математики в Киевском университете. Здесь он преимущественно занимается вопросами теории вероятностей и "изобретением числительной машины, мысль о которой занимала его с ранней юности"[26)].

В начале 1889 года В.П. Максимович заболевает тяжелой душевной болезнью, от которой в октябре того же года скончался.

Петр Сергеевич Назимов (1851 – 1901) родился 12 ноября 1851 года в г. Виленске в дворянской семье. В 1873 г. окончил Московский университет со степенью кандидата физико-математических наук. П.С. является учеником профессора Московского университета Николая Васильевича Бугаева (1837 – 1903), автора многих работ по теории чисел (числовых функций)[27)]. После окончания университета некоторое время работал в Москве учителем гимназии, в эти же годы вел исследования по интегрированию дифференциальных уравнений с частными производными. Эти его работы в 1880 году были отмечены премией имени Брашмана, присуждаемой Московским университетом за лучшую научную работу в области математики. В дальнейшем Назимов под влиянием своего учителя Н.В. Бугаева занимается теорией чисел и за сочинение "О приложениях теории эллиптических функций к теории чисел" получает еще одну премию Брашмана. В этой работе П.С. путем выражения эллиптических функций через тригонометрические ряды приводит, в частности, подробные доказательства многочисленных формул теории чисел, ранее

[25)] А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 357-358

[26)] А.В. Васильев. О профессоре математики Владимире Павловиче Максимовиче. – Собрание протоколов заседаний Секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. – 1890. – Т. 8. – С. 56

[27)] Н.В. Бугаев является учеником Н.Д. Брашмана, который, как выше было сказано, начинал свою научную деятельность в Казанском университете. Таким образом, Назимов является "научным внуком" Брашмана. Сын Н.В. Бугаева – Б.Н. Бугаев, известный писатель, печатавшийся под псевдонимом "Андрей Белый" без доказательства приведенных Лиувиллем. В 1885 году за эту работу, представленную на соискание магистерской степени, он сразу получает степень доктора наук. Эти работы ученого принесли ему известность в России и за рубежом.

В 1886 году Н.В. Бугаев через другого своего ученика Н.Я. Сонина, в те годы профессора Варшавского университета, ведет переговоры с руководством Варшавского университета о назначении П.С. Назимова профессором этого университета. Обращение Н.В. Бугаева увенчалось успехом. В 1886 году Назимов принимается на должность профессора чистой математики Варшавского университета, где до своего переезда в Казань в 1889 году ведет работу в области теории вероятностей. С 1889 года Назимов – профессор чистой математики Казанского университета. Здесь он читает курсы по теории чисел, высшей алгебре, математическому анализу, теории вероятностей, аналитической геометрии. С 1892 года он читает курс проективной геометрии и начинает заниматься, помимо исследований в прежних направлениях, проблемами неевклидовой геометрии. Ученый широких научных интересов, П.С. Назимов оставил целый ряд работ по теории чисел, алгебре, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, геометрии, решению алгебраических уравнений, в частности, об отделении корней и о пределах корней алгебраических уравнений. Жизнь П.С. Назимова оборвалась в результате несчастного случая в 1901 году.

Как известно, никто из непосредственных учеников Н.И. Лобачевского не работал в области неевклидовой геометрии и не продолжил исследования своего гениального учителя. Возможно, это объясняется тем, что учение Лобачевского с трудом пробивало себе дорогу, и признание к Н.И. как создателю новой геометрии пришло спустя десятилетия после его смерти[28]. Как пишет А.В. Васильев, "талантливый ученик Лобачевского А.Ф. Попов не оставил ни одной работы, которая указывала бы его отношение к гениальным идеям Лобачевского. В "Ученых записках" университета среди кандидатских и магистерских диссертаций, которые были представлены в университет во время с 1826 по 1855 гг., мы не находим ни одной работы, которая служила бы доказательством внимательного изучения его работ"[29].

Среди немногих ученых, которые еще при жизни Н.И. Лобачевского сумели по достоинству оценить его открытие, был профессор Казанского

[28] Об отношении к учению Лобачевского при его жизни можно судить по словам его современника А.М. Бутлерова. В своих воспоминаниях А.М. Бутлеров пишет: "Все близко знавшие Лобачевского как человека любили и уважали его... , но о его воображаемой геометрии говорили с улыбкою снисходительного сомнения к чудаку-ученому" (в кн.: А.В. Васильев. Николай Иванович Лобачевский. – М.: Наука, 1992. – С. 146)

[29] Там же, С. 146-147

университета **Петр Иванович Котельников** (1809 – 1879), который в своей актовой речи "О предубеждении против математики" 31 мая (12 июня) 1842 года заявил: "При этом случае не могу умолчать о том, что тысячелетние тщетные попытки доказать со всей математической строгостью одну из основных теорем геометрии, равенство суммы углов в прямолинейном треугольнике двум прямым, побудили достопочтенного заслуженного профессора нашего университета предпринять изумительный труд построить целую науку, геометрию, на новом предположении: сумма углов в прямолинейном треугольнике меньше двух прямых – труд, который рано или поздно найдет своих ценителей". По воспоминаниям Ф.М. Суворова, он также упрекал Лобачевского в том, что "что геометрические теории последнего остаются непонятными только по недостатку ясности изложения"[30)].

П.И. Котельников родился в небогатой дворянской семье в г. Судже Курской области. После окончания в 1828 году Харьковского университета со степенью кандидата математических наук был направлен в Дерптский[31)] профессорский институт, организованный для подготовки русских национальных кадров ученых, где работал под руководством профессора М.Ф. Бартельса. В 1833 году защитил докторскую диссертацию и получил звание доктора философии и магистра свободных искусств. В 1838 году его направляют в Казанский университет в помощь Н.И. Лобачевскому в преподавании алгебры и дифференциального исчисления. В Казанском университете Котельников читал лекции по механике, теории функций комплексного переменного, проективной геометрии и векторному исчислению.

П.И. Котельников является основателем научной династии Котельниковых. Его сын – Александр Петрович Котельников – выдающийся ученый-геометр и механик, выпускник и профессор Казанского университета, о нем я расскажу ниже. Сын А.П. Котельникова – Владимир Александрович Котельников (1908 – 2005) – выдающийся советский радиотехник, академик (1953) и вице-президент (1970 – 1975) АН СССР, дважды Герой Социалистического Труда (1969, 1978), директор Института радиотехники и электроники АН СССР (1954 – 1987). В Казани, в сквере по улице Ершова установлен его бронзовый бюст, именем В.А. Котельникова названа малая планета.

Первым казанским ученым, который исследовал и пропагандировал учение Н.И. Лобачевского, является профессор **Федор Матвеевич Суворов** (1845 – 1911), еще один ученик А.Ф. Попова. После окончания в

[30)] См.: Б.А. Розенфельд. Александр Петрович Котельников. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. – С. 321

[31)] Эстонский город Дерпт (с 1919 года – Тарту, в 1030 – 1224 и 1893 – 1919 годах – Юрьев) в те годы входил в состав России

1867 году математического отделения Казанского университета со степенью кандидата он был по предложению профессора Янишевского оставлен в университете "для приготовления к профессорскому званию"[32]. Его магистерская диссертация "О характеристиках систем трех измерений", защищенная в 1871 году, посвящена, в основном, дальнейшей разработке теории трехмерных пространств Римана и Лобачевского и главным образом их теории кривизны[33]. В ней, в частности, построены дифференциальные инварианты трехмерных римановых пространств[34]. После защиты магистерской диссертации Суворов избирается доцентом при кафедре чистой математики, а в 1884 году – экстраординарным профессором по той же кафедре. В 1884 году он защищает докторскую диссертацию под длинным названием "Об изображении воображаемых точек и воображаемых прямых на плоскости и о построении кривых линий второй степени, определяемых с помощью воображаемых точек и касательных", в которой изложил теорию изображения мнимых геометрических объектов на проективной плоскости. В 1885 году Ф.М. назначается на должность ординарного профессора по занимаемой кафедре, а в 1896 году получает звание заслуженного профессора. Как пишет П.М. Олоничев, "Ф.М. Суворов по праву должен занять почетное место среди ученых, заложивших основы современной многомерной дифференциальной геометрии"[35]. Вместе с А.В. Васильевым Ф.М. Суворов был организатором празднования в 1893 году 100-летнего юбилея Н.И. Лобачевского и на торжественном заседании, посвященном этому юбилею, выступил с речью, посвященной великому ученому.

Громадную работу по исследованию и пропаганде научного наследия Н.И. Лобачевского проделал профессор Казанского университета **Алек-**

[32] Аналог нашей аспирантуры. "Приготовление", как правило, продолжалось два года. Соискатель назывался профессорским стипендиатом и получал соответствующее денежное содержание – стипендию. От него требовались сдача магистерских экзаменов и подготовка диссертации. Иногда соискатели привлекались к преподавательской работе. Термин "профессорский стипендиат" вышел из официального употребления в 1918 году, ему на смену пришел термин "аспирант". Первым аспирантом-математиком в Казанском университете был Б.М. Гагаев

[33] Как пишет П.М. Ологичев, ссылаясь на исследователя творчества В.Г. Имшенецкого, Суворов занялся неевклидовой геометрией по совету Имшенецкого. См.: П.М. Ологичев. Казанский геометр Федор Матвеевич Суворов. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. – С. 271-316

[34] Существенно позднее, в 1960-х годах, ученик П.А. Широкова П.И. Петров (1916 – 1974) продолжил эти исследования Ф.М. Суворова. В своей докторской диссертации "Дифференциальные квадратичные формы, их инварианты и классификация", защищенной в Казанском университете в 1969 году, он построил простейший базис полной системы метрически-скалярных дифференциальных инвариантов третьего порядка трехмерных пространств Римана

[35] П.М. Ологичев. Казанский геометр Федор Матвеевич Суворов. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. – С. 315

сандр Васильевич Васильев (1853 – 1929). Он является автором первой научной биографии великого ученого. Свой фундаментальный труд "Жизнь и научное дело Н.И. Лобачевского" А.В. Васильев писал в течение многих лет. Книга была издана в 1927 году, но в продажу по неизвестной причине не поступила. Г.Е. Изотов в своей брошюре ”Казанское физико-математическое общество” (Казань: Изд-во КГУ, 2003) предположил, что причиной могла явиться общественная деятельность автора: он был депутатом первой Государственной Думы, членом Государственного совета, членом ЦК партии кадетов. Повторное издание книги по чудом сохранившейся корректуре осуществили в 1997 году В.А. Бажанов и А.П. Широков[36]. А.В. Васильев организовал и первое издание собрания сочинений Лобачевского.

Решающее значение для международного признания работ Лобачевского по неевклидовой геометрии имело организованное Физико-математическим обществом при Казанском университете[37] празднование 100-летнего юбилея великого ученого. В 1891 году Васильев возглавил инициативную группу по подготовке этого юбилея, он также был инициатором подписки на капитал для увековечения памяти Лобачевского. С этой целью был создан специальный комитет, среди почетных членов которого были выдающиеся математики А. Пуанкаре, С. Ли, Ф. Клейн, П.Л. Чебышев, Н.Е. Жуковский, Ш. Эрмит, Г. Гельмгольц и многие другие (число почетных членов комитета превысило пятьдесят). Итогом всей этой деятельности явилось открытие в 1893 году в сквере перед зданием Казанского университета[38] бронзового памятника Лобачевскому, а также учреждение международной премии имени Н.И. Лобачевского. Первое ее состоялось в 1897 году. На основании отзыва Ф. Клейна премия была присуждена Софусу Ли за его работу по теории представлений групп. Автору отзыва Ф. Клейну была послана специальная золотая медаль, учрежденная по этому поводу. На торжественных заседаниях университета и Физико-математического общества А.В. Васильев выступил с речью ”Николай Иванович Лобачевский”, а также с докладами "Геометрия многих измерений" и "Алгебра и анализ Лобачевского".

Александр Васильевич Васильев относится к той "звездной" группе ученых, чья деятельность оказала наиболее глубокое влияние на форми-

[36] См.: А.В. Васильев. Николай Иванович Лобачевский. – М.: Наука, 1997

[37] Физико-математическое общество было организовано (точнее, преобразовано из Секции физико-математических наук при Обществе испытателей) в 1890 году по инициативе А.В. Васильева, который являлся его неизменным председателем вплоть до 1907 года

[38] Этот сквер был устроен решением Городской думы в дни празднования 100-летия со дня рождения Н.И. Лобачевского и носит название "сквера имени Лобачевского". Тогда же улица Поперечно-Воскресенская была переименована в улицу Лобачевского

рование научного авторитета Казанского университета, способствовала его превращению в один из крупнейших учебных и научных центров России того времени. Сын выдающегося казанского профессора-китаиста, академика Петербургской академии наук В.П. Васильева и дочери ректора Казанского университета, известного астронома И.М. Симонова, А.В. Васильев был носителем лучших традиций российской научной интеллигенции.

Талантливый математик, деятельный организатор науки, он много сделал для превращения Казанского университета в один из центров российской математической науки, пользующийся широкой мировой известностью. Он был лично знаком с такими выдающимися математиками того времени, как Вейерштрасс, Гильберт, Пуанкаре, принимал активное участие во всех крупнейших математических форумах. Свидетельством высокого научного авторитета Васильева служит то, что он был избран вице-президентом 4-го международного съезда математиков, а также председателем Первого российского съезда преподавателей математики, где выступил с пленарным докладом "Математическое и философское образование в средней школе".

Ученый чрезвычайно широких научных интересов, А.В. Васильев подготовил целую плеяду талантливых учеников, работавших в самых разных областях математики. Среди них – П.С. Порецкий, астроном по профессии, под влиянием Васильева посвятивший себя математической логике и оставивший в ней глубокий след своими оригинальными работами; выдающийся русский геометр и один из первых русских продолжателей идей Н.И. Лобачевского А.П. Котельников; академик Украинской академии наук Д.М. Синцов; профессора Казанского университета В.Л. Некрасов и Н.Н. Парфентьев.

А.В. Васильев работал в Казанском университете до 1907 года. В этом году он был избран от Академии наук и университетов в Государственный совет и переехал в Петербург.

Как было сказано выше, одним из первых выдающихся русских продолжателей геометрических работ Н.И. Лобачевского является **Александр Петрович Котельников** (1865 – 1944), сын П.И. Котельникова, выпускник Казанского университета (1888), ученик А.В. Васильева и Ф.М. Суворова. А.П. Котельников преподавал в Казанском университете с 1893 по 1899 и с 1903 по 1914 годы[39)]. Свою научную деятельность Котельников начинал как механик, его кандидатская диссертация "О давлении потока жидкости на плоские стенки", выполненная под руководством

[39)] После отъезда из Казани А.П. Котельников работал в Киевском университете (1914 – 1924) и в Московском высшем техническом училище (с 1924 г.), а также в ЦАГИ (с 1930 г.). В 1943 году ему была присуждена Сталинская премия второй степени

И.С. Громеки и защищенная в 1888 году, относилась к гидродинамике. Как пишет Б.А. Розенфельд [40], "это объясняется в значительной степени тем, что Казанский университет в то время остро нуждался в специалисте в этой области". В ней он заложил основы новой теории, названной им винтовым исчислением, которая получила дальнейшее развитие в его магистерской и докторской диссертациях, защищенных в Казанском университете соответственно в 1896 и 1899 годах. В них он находит приложения комплексных чисел в механике, причем вместо обычных комплексных чисел вида $a + ib$, где $i^2 = -1$, а a и b – вещественные числа, используются новые виды комплексных чисел. В магистерской диссертации А.П. Котельников рассматривает векторы, координатами которых являются комплексные числа вида $a + eb$, где $e^2 = 0$, теперь они называются "дуальными числами", а в докторской диссертации – числа вида $a+eb$, где $e^2 = 1$, теперь они называются "расщепленными комплексными", а также "двойными числами". Соответствующие векторы Котельников назвал "винтами" соответственно евклидова пространства (обычные комплексные числа), пространства Лобачевского (дуальные числа) и пространства Римана (двойные числа). Им же введены в рассмотрение также винтовые интегралы, которые обобщают обычные интегралы движения центра тяжести системы материальных точек и интеграла площадей, причем с помощью скобок Пуассона по двум винтовым интегралам удается образовать третий, что позволило Котельникову определить операцию умножения винтов, аналогичную операции умножения векторов, названную им "винтовыми произведениями". Подобно тому, как векторное исчисление описывает векторы сил и перемещений, винтовое исчисление Котельникова описывает силовые винты статики и винтовые перемещения кинематики. Разработанная им теория называлась "линейчатой геометрией". Эти работы Котельникова "внесли также важный и ценный вклад в новую тогда отрасль алгебры – теорию гиперкомплексных чисел или "линейных алгебр", дальнейший расцвет которой относится уже к XX-му столетию"[41]. В своей докторской диссертации "Проективная теория векторов" Котельников с помощью разработанных им методов винтового исчисления построил механику на пространствах Лобачевского и Римана. Таким образом, Котельников, "первоначально занимавшийся главным образом прикладными вопросами механики, приходит к идеям Лобачевского. Существенную роль в этом повороте сыграли, конечно, взгляды его учителей – А.В. Васильева и Ф.М. Суворова"[42].

[40] Б.А. Розенфельд. Александр Петрович Котельников. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. – с. 325

[41] А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 411

[42] Цит. по статье Б.А. Розенфельда, с. 330

После защиты Котельниковым докторской диссертации Совет факультета, на котором проходила эта защита, единогласно присудил ему степень доктора прикладной математики и, "признавая особо выдающееся значение диссертации для геометрии", обратился в Совет университета "с просьбой ходатайствовать об удостоении г. Котельникова также степени доктора чистой математики. Ходатайство Совета факультета было удовлетворено, и А.П. Котельников получил обе ученые степени"[43].

Уже после отъезда из Казани он занимается исследованием связи между теорией относительности и геометрией Лобачевского. Мнения о существовании такой связи высказывались с первых же работ, посвященных теории относительности Эйнштейна[44]. Исследованием этой связи занимался, например, Ф. Клейн[45], установивший, что группа Лоренца изоморфна группе движений пространства Лобачевского. В 1923 году на заседании Московского математического общества Котельников выступает с докладом "Принцип относительности и геометрия Лобачевского". В нем, в частности, он доказывает, что пространство скоростей специальной теории относительности Эйнштейна является пространством Лобачевского.

Геометрические идеи А.П. Котельникова в Казанском университете развивал профессор **Дмитрий Николаевич Зейлигер** (1864 – 1936), который еще в 1896 году в своем отзыве на магистерскую диссертацию А.П. Котельникова[46] предвещал большое будущее разрабатываемой последним линейчатой геометрии.

Д.Н. окончил в 1887 году Новороссийский (ныне Одесский) университет, в 1891 году в том же университете защитил магистерскую диссертацию "Механика подобно-изменяемого тела", а в 1894 году в Московском университете – докторскую диссертацию "Теория движения подобно-изменяемого тела". В этих работах Зейлигер создал статику, кинематику и динамику подобно изменяемого тела, т. е. такого упругого тела, форма которого после деформации подобна его начальной форме.

В Казанском университете Зейлигер с 1892 по 1914 годы работал на кафедре механики сначала в должности приват-доцента, а в 1894 году (после защиты докторской диссертации) получил звание профессора. В 1914 году Д.Н. был уволен за демократические взгляды и покинул Казань, куда вернулся уже в 1917 году и работал в Казанском университете

[43] Там же, с. 332

[44] Там же, с. 383

[45] Его работу "О геометрических основаниях Лоренцовой группы" см. в издании: Новые идеи в математике. – СПб, 1914. – Вып. 5. – С. 144-174

[46] П.С. Назимов и Д.Н. Зейлигер были оппонентами А.П. Котельникова по магистерской и докторской диссертациям. Отзыв Зейлигера на докторскую диссертацию Котельникова опубликован в Ученых записках Казанского университета (1896, т. 63, № 12, с. 9-44)

до 1929 года[47] : с 1917 по 1923 годы был профессором кафедры математики, а с 1923 по 1929 годы – профессором кафедры механики. В это время Д.Н. преподавал также в Казанском политехническом институте[48], где с 1923 по 1924 годы был ректором этого института, и в Институте научной организации труда, где в 1919 – 1920 гг. являлся заместителем ректора. В 1929 году Д.Н. покинул Казань вследствие тяжелого заболевания своей супруги. После 1929 года Зейлигер работал в Донецком горном институте и Донском политехническом институте.

Под влиянием работ А.П. Котельникова все эти годы Д.Н. активно развивает комплексную линейчатую геометрию и ее приложения. Итог этой работы Д.Н. Зейлигер подвел в монографии "Комплексная линейчатая геометрия"[49], опубликованной в центральном издательстве в 1934 году. Среди казанских учеников Зейлигера – член-корреспондент АН СССР Н.Г. Четаев, профессора Н.Г. Малкин, Б.А. Фукс, доцент А.Л. Лаврентьев. Алексей Лаврентьевич Лаврентьев – отец выдающегося советского математика и механика, академика Михаила Алексеевича Лаврентьева (1900 – 1990). Как пишет в своих воспоминаниях М.А. Лаврентьев[50], выпускник Казанского университета 1922 года, лекции по механике им читал его отец.

Еще один ученик А.В. Васильева, **Дмитрий Матвеевич Синцов** (1867 – 1946) – один их виднейших геометров нашей страны, впоследствии действительный член Академии наук Украинской ССР.

Д.М. Синцов родился 9 (21) октября 1867 года в г. Вятке (ныне Киров) в семье врача. Окончил с золотой медалью гимназию в Казани, а затем в 1890 году с дипломом 1-й степени – математическое отделение Казанского университета, получив на IV-м курсе золотую медаль за сочинение "О функциях Бернулли дробных порядков". Эту свою работу молодой математик доложил на заседании Секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей и опубликовал в Протоколах заседаний этой секции.

После окончания университета Синцов работал в нем до 1899 года. В магистерской диссертации "Теория коннексов в пространстве в связи

[47] В 1916 году Зейлигер был избран Советом Казанского университета на должность ординарного профессора, но не был утвержден министерством

[48] Казанский политехнический институт был открыт в январе 1919 года на базе двух училищ: промышленного и земледельческого. В 1930 году был разделен на два самостоятельных вуза: Казанский химико-технологический институт (ныне Казанский государственный технологический университет) и Казанский институт коммунального строительства (ныне Казанский государственный архитектурно-строительный университет)

[49] Д.Н. Зейлигер. Комплексная линейчатая геометрия. – М.-Л., 1934

[50] Воспоминания М.А. Лаврентьева см. в: А.Ф. Лапко, Л.А. Люстерник. Из истории советской математики// Успехи мат. наук. – 1967. – Т. 22, Вып. 6(138). – С. 54

с теорией дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка" Д.М. провел первое в России исследование неголономной геометрии. Докторская диссертация Синцова "Рациональные интегралы линейных уравнений" разрешала в пользу Имшенецкого спорный в тот период вопрос: чей метод нахождения рациональных интегралов дифференциальных уравнений имеет преимущество – Лиувилля или Имшенецкого.

После защиты докторской диссертации в 1899 году он переехал на Украину, где работал в Екатеринославском и Харьковком университетах. Д.М. Синцов является основателем Харьковской геометрической школы. Основные его работы посвящены теории коннексов и их приложениям к интегрированию дифференциальных уравнений, а также вопросам неголономной дифференциальной геометрии.

Значителен также вклад Д.М. Синцова в пропаганду научного наследия Н.И. Лобачевского и выявление значения его геометрических работ.

Д.М. Синцов много внимания уделял вопросам повышения математической культуры в России, а также проблемам преподавания математики в школах и вузах. Он являлся активнейшим деятелем Физико-математического общества при Казанском университете и был одной из центральных фигур на Всероссийских съездах преподавателей математики. Д.М. проводил также большую работу по составлению библиографии российской математики, итогом которой явилось издание "Систематического указателя книг и статей по математике, напечатанных в Казани в 1800 – 1820 гг.", позднее он издает такую же библиографию математических книг и статей, напечатанных в Харькове, и, кроме того, семь выпусков библиографии математики в России за годы 1896, 1897, 1899, 1900 (Казань) и 1908, 1909 (Одесса).

Для ознакомления зарубежных математиков с русскими математическими достижениями Д.М. реферирует русские работы в журналах "Revue semestrielle" и "Jahrbuch uber die Fortschritte der Mathematik".

Д.М. принимал активное участие в разных изданиях для учителей математики ("Математическое образование", "Математическое просвещение" и др.), он также является автором учебника аналитической геометрии для средней школы, принимал участие в составлении различных учебников и задачников для средней и высшей школы.

Огромную роль в развитии преподавания математики и механики в Казанском университете, а также в формировании новых научных коллективов, в последующем выросших в авторитетные научные школы, сыграл профессор **Николай Николаевич Парфентьев** (1877 – 1943), также ученик А.В. Васильева. После окончания физико-математического факультета Казанского университета (1900 г.) Парфентьев был оставлен в университете для приготовления к профессорскому званию под руководством А.В. Васильева. В 1903 году он сдает магистерские экзамены и начинает преподавательскую деятельность в должности приват-доцента. В 1908 году направляется в двухгодичную командировку в университеты Франции и Германии, где посещает лекции и семинары выдающихся ученых – Ф. Клейна, Д. Гильберта, Г. Минковского и других. В 1911 году Парфентьев защищает магистерскую диссертацию "Исследование по теории роста функций" и избирается на должность профессора.

В университете Н.Н. читал лекционные курсы практически по всем разделам математики, организовывал научные семинары, руководил студенческими научными кружками, а также активно участвовал в деятельности Физико-математического общества (был его председателем с 1930 по 1943 годы).

Особенно много времени Н.Н. Парфентьев уделял работе с талантливой молодежью. Среди его многочисленных учеников – П.А. Широков, Б.М. Гагаев, В.А. Яблоков, К.П. Персидский, К.З. Галимов, Б.Л. Лаптев. М.А. Лаврентьев в своих воспоминаниях о казанском периоде своей жизни пишет: "Лекции по анализу нам читал Д.Н. Зейлигер, по аналитической геометрии – Н.Н. Парфентьев. Он читал с большим увлечением. О Парфентьеве ходило много рассказов. Вот один из них. В Казани в годы революции произошел взрыв пороховых складов. В городе началась паника, толпы людей метались по улицам. Н.Н. Парфентьев, стоя на балконе своей квартиры, обратился с успокоительной речью: "Messieurs et mesdames, успокойтесь! Видите, я стою спокойно"[51)].

Н.Н. Парфентьев обладал выдающимися организаторскими способностями. В 1919 году он участвует в организации рабфака при университете, его включают в методический комитет сектора науки при Наркомпросе РСФСР по математике и механике, он принимает также активное участие в работе Наркомпроса и Главпрофобра по проблемам развития высшего профессионального образования. В 1922 году Парфентьев принимает активное участие в организации Казанского института сельского хозяйства и лесоводства (ныне Казанская государственная сельскохозяйственная академия) и становится первым его ректором. В должности ректора Н.Н. проработал два года и внес существенный вклад в его становление как крупного учебного заведения страны. Он был первым редактором журнала "Сборник Казанского института сельского хозяйства и лесоводства" (1925 г.), а затем журнала "Известия института сельского хозяйства и лесоводства" (1926 – 1928 гг.). Позднее совместно с Н.Г. Чеботаревым и П.А. Широковым активно участвовал в организации Научно-исследовательского института математики и механики при Казанском университете.

[51)] А.Ф. Лапко, Л.А. Люстерник. Из истории советской математики. – 1967. – Т. 22, Вып. 6(138). – С. 54

Важными направлениями современной математической логики являются исследования вопросов независимости аксиом математических теорий и их непротиворечивости. Поэтому геометрические работы Н.И. Лобачевского можно рассматривать также как отправной пункт исследований по математической логике и, в более широкой постановке, исследований по основаниям математики, которые начали проводиться в Казанском университете значительно позднее.

Первые работы по математической логике в нашем университете (да и во всей России) принадлежат приват-доценту университета **Платону Сергеевичу Порецкому** (1846 – 1907), астроному по профессии. Он же в 1888 году прочел первый в России курс лекций по математической логике для студентов математического разряда университета.

Интерес Порецкого к математической логике пробудил А.В. Васильев, который ознакомил его с трудами западных логиков, в частности, Дж. Буля и Э. Шредера. Порецкий разрабатывал алгебру логики, его публикации по математической логике относятся, в основном, к решению логических уравнений и неравенств, а также применению методов математической логики к теории вероятностей[52)].

Под решением логического равенства Порецкий понимал вывод из него всех или некоторых его логических следствий, соответственно, и решение является полным или частным, причем полное решение логического равенства предполагает, что в качестве логического следствия из него может быть получено и само исходное равенство.

Для решения логических уравнений Порецкий разработал ряд оригинальных методов, некоторые из них успешно применялись логиками вплоть до середины прошлого столетия. В упомянутой выше книге Н.И. Стяжкин пишет, что работы П.С. Порецкого существенно обобщают и развивают достижения Буля, Джевонса и Шредера[53)]. Известный французский ученый Л. Кутюра считал методы Порецкого кульминационным пунктом в развитии алгебры логики в тот период[54)].

Исследования по математической логике в Казанском университете П.С. Порецким продолжались до его увольнения по состоянию здоровья в 1889 году и отъезда из Казани. В 1895 году он возобновил научную

[52)] Подробные исследования жизни и научной деятельности П.С. Порецкого содержатся, например, в следующих монографиях: В.А. Бажанов. История логики в России и СССР (Концептуальный контекст университетской философии). – М.: Канон+, 2007. – С. 147-163; Н.И. Стяжкин. Становление идей математической логики. – М.: Наука, 1964. – С. 213-242

[53)] Дж. Буль (1815 – 1864) – известный английский логик, один из родоначальников математической логики; У.С. Джевонс (1835 – 1882) и Э. Шредер – соответственно английский и немецкий логики XIX-го столетия

[54)] Н.И. Стяжкин. Становление идей математической логики. – М.: Наука, 1964. – С. 214

деятельность и с 1896 до кончины в 1907 году опубликовал в Известиях Казанского физико-математического общества несколько статей (эти его работы на заседаниях Общества представляли профессора А.В. Васильев и Ф.М. Суворов).

Новая страница исследований по математической логике в Казанском университете связана с именем **Николая Александровича Васильева** (1880 – 1940).

Н.А. Васильев родился в Казани в семье профессора А.В. Васильева. В 1898 году он поступил на медицинский факультет Казанского университета[55] и по его окончании в 1904 году некоторое время работал по специальности. Решив полностью посвятить себя философии и логике, в 1906 году он сдает экзамены за историко-филологический факультет университета и остается на кафедре философии для приготовления к профессорскому званию. С этого времени берет начало его профессиональная научная и преподавательская деятельность.

Н.А. Васильев является родоначальником новой, неаристотелевой логики, которую он по аналогии с "воображаемой геометрией" Лобачевского назвал "воображаемой логикой". Современные исследователи творчества Н.А. Васильева отмечают[56], что его работы в этой области предвосхитили многие идеи современных модальных логик.

Несмотря на отдельные работы по математической логике, устойчивой традиции таких исследований в Казанском университете не было. Работы по математической логике в нашем университете развернулись в полной мере, начиная с 1960-х годов. Их инициатором явился профессор Владимир Владимирович Морозов, заведовавший в эти годы кафедрой алгебры (с 2007 года – кафедра алгебры и математической логики).

На рубеже XIX-го и XX-го столетий в Казанском университете работали профессора Ф.М. Суворов, А.В. Васильев, Д.Н. Зейлигер, А.П. Котельников и молодой, только что закончивший университет Н.Н. Парфентьев. Позднее математический коллектив университета пополнили ученики Н.Н. Парфентьева – П.А. Широков (1895 – 1944) и Б.М. Гагаев (1897 – 1975), ученик Д.Н. Зейлигера Н.Г. Четаев (1902 – 1959), Н.Г. Чеботарев (1893 – 1947), А.П. Норден (1904 – 1993), ученик Б.М. Гагаева Ф.Д. Гахов (1906 – 1980), ученик П.А. Широкова А.З. Петров (1910 – 1972) и ученики Н.Г. Чеботарева И.Д. Адо (1910 – 1983), В.В. Морозов

[55] Как пишет В.А. Бажанов, известный исследователь творчества Н.А. Васильева (История логики в России и СССР (Концептуальный контекст университетской философии). – М.: Канон+, 2007. – С. 219), еще в детстве Васильев серьезно интересовался психологией и логикой, и осознание необходимости для занятия этими науками знания медицинских дисциплин приводит его на медицинский факультет

[56] Цитированная выше книга В.А. Бажанова содержит подробное описание жизни и творчества Н.А. Васильева, а также библиографию работ как самого Васильева, так и исследователей его творчества

(1910 – 1975) и Н.Н. Мейман (1912 – 2002).

Как уже говорилось, работы Лобачевского по неевклидовой геометрии нашли свое продолжение среди казанских ученых спустя лишь несколько десятилетий после смерти ее создателя в диссертациях Ф.М. Суворова и А.П. Котельникова. Более поздняя страница исследований по неевклидовой геометрии в Казанском университете связана с именем замечательного казанского геометра профессора **Петра Алексеевича Широкова** (1895 – 1944).

П.А. Широков родился в 1895 году в семье преподавателя Казанского реального училища. В 1914 году он поступил на физико-математический факультет Казанского университета. Уже в студенческие годы П.А. проявляет несомненные математические способности. Его студенческая работа "Интерпретация и метрика квадратичных геометрий" была отмечена золотой медалью и рекомендована к публикации. По окончании университета П.А. два года находился на военной службе, от которой был освобожден в 1920 году по ходатайству руководства университета "для прикомандирования его к Казанскому университету". П.А. Широков становится профессорским стипендиатом и специализируется под руководством Н.Н. Парфентьева в области неевклидовой геометрии.

П.А. Широковым получен целый ряд замечательных результатов по теории римановых пространств. С помощью разработанных тензорных методов он выделяет и изучает классы таких римановых пространств, которые по некоторым своим свойствам наиболее близки к пространствам постоянной кривизны. Как пишет в своих воспоминаниях Б.А. Розенфельд[57)], П.А. Широков является одним из основоположников тензорной дифференциальной геометрии в СССР. Ему принадлежат пионерские работы по исследованию приводимых пространств (по его терминологии, "ламеллярных"), им обнаружен ряд их замечательных свойств, впервые выделены симметрические пространства (пространства с ковариантно-постоянным тензором кривизны) и А-пространства, получившие впоследствии название келеровых пространств по имени немецкого математика Э. Келера. Дело в том, что П.А. Широков свои работы публиковал в основном в "Известиях Казанского физико-математического общества", которые широкой известностью среди зарубежных математиков не пользовались. По этой причине для широкой математической аудитории многие работы Широкова оставались неизвестными, и некоторые из его результатов были позднее получены другими авторами. Так, основные результаты П.А. по А-пространствам были позднее и независимо получены также и Э. Келером, который, очевидно, с этими работами Широкова не был знаком. Так как работа Келера была опубликована в популярном в то вре-

[57)] Б.А. Розенфельд. Воспоминания о советских математиках. – В кн.: Историко-математические исследования, вторая серия. – 1995. – Вып. I(36). – С. 114-151 мя среди западных математиков трудах Гамбургского университета, она получила более раннюю известность, чем и объясняется название этих пространств. Также независимо от П.А. пришел к симметрическим пространствам Широкова выдающийся французский математик Э. Картан, который выявил их важное значение для теории групп.

Совместно с Н.Г. Чеботаревым и Н.Н. Парфентьевым П.А. Широков принимает активное участие в создании НИИ математики и механики при университете и организует в нем отдел геометрии, став его первым заведующим. При отделе геометрии П.А. организует геометрический семинар, сыгравший большую роль в воспитании молодых ученых-геометров, впоследствии составивших ядро геометрической школы Широкова. Учениками П.А. Широкова являются И.П. Егоров, А.З. Петров, Б.Л. Лаптев, П.И. Петров. Выпускник Казанского университета, впоследствии профессор МГУ, известный геометр Г.Ф. Лаптев также считал П.А. Широкова, наряду с Э. Картаном и С.П. Финиковым, одним из главных своих учителей[58].

Математики Казанского университета обязаны П.А. Широкову и Н.Н. Парфентьеву и за переезд в Казань в 1927 году Н.Г. Чеботарева. Широков познакомился с молодым, но уже широко известным одесским математиком Н.Г. Чеботаревым на одной из московских конференций по дифференциальной геометрии в 1927 году, и с тех пор их связывала тесная дружба. Еще раньше, в 1924 году, у Н.Г. состоялась встреча, также в Москве, с Н.Н. Парфентьевым. Последнему удалось пробудить у Н.Г. Чеботарева интерес к Казанскому физико-математическому обществу, в те годы пользовавшемуся мировой известностью. В.В. Морозов в своих воспоминаниях о Чеботареве пишет: "Регулярное присуждение Казанским физико-математическим обществом международной премии имени Лобачевского привлекало к Казани внимание математиков всего мира, а издание собственного печатного органа позволяло путем обмена изданиями установить широкие международные связи"[59]. Примечательно, что за короткий период с 1924 по 1927 годы Н.Г. Чеботарев опубликовал в "Известиях Казанского физико-математического общества" четыре работы. Блестящий организатор науки Н.Н. Парфентьев сумел убедить руководство Казанского университета в необходимости приглашения Н.Г. Чеботарева на постоянную работу в Казанский университет, а также и самого Чеботарева – в целесообразности его переезда в наш город. Правда, одновременно Н.Г. получил приглашение и в Ленинградский университет,

[58] См.: Б.Л. Лаптев. Воспоминания о П.А. Широкове. – В кн.: Очерки истории НИИ математики и механики имени Н.Г. Чеботарева. – Казань: Изд-во КГУ, 1989. – С. 144

[59] В.В. Морозов. Николай Григорьевич Чеботарев. – В кн.: Николай Григорьевич Чеботарев. – Казань: Изд-во КГУ, 1994ю – С. 19

куда его настойчиво звал Б.Н. Делоне, но тут колебания Н.Г. сумел преодолеть П.А. Широков. Впрочем, сам Чеботарев, как он неоднократно высказывался, никогда не жалел о своем выборе.

Дальнейшее развитие математической науки в Казанском университете неразрывно связано с именем Н.Г. Чеботарева. Он переехал в Казань на пике своей творческой активности (в 1929 году, через год после своего переезда в Казань, Н.Г. избирается членом-корреспондентом АН СССР). Н.И. Лобачевский и Н.Г. Чеботарев – две звезды первой величины на математическом небосклоне, которые Казанскому университету выпала честь иметь в числе своих профессоров.

Николай Григорьевич Чеботарев родился в 1894 году в г. Каменец-Подольске Киевской губернии. Его отец Григорий Николаевич был председателем окружного суда в чине действительного статского советника. В 1912 году Н.Г. поступил на физико-математический факультет Киевского университета, где в те годы на старших курсах учились также О.Ю. Шмидт и Б.Н. Делоне. Научным руководителем Н.Г. в его студенческие годы был выдающийся киевский математик Д.А. Граве, ученик П.Л. Чебышева, который в свою очередь был учеником Н.Д. Брашмана. Таким образом, Н.Г. Чеботарев, так же, как и П.С. Назимов, является "научным правнуком" Н.Д. Брашмана[60)], начавшего свою математическую биографию в Казанском университете. На формирование научных интересов Н.Г. определенное влияние оказал также Б.Н. Делоне. По воспоминаниям В.В. Морозова, именно от Делоне Н.Г. впервые узнал о проблеме Фробениуса о плотности множества простых чисел, принадлежащих к заданному классу подстановок произвольного нормального расширения поля рациональных чисел, "решение которой составило тему диссертации Н.Г. и принесло ему заслуженную славу"[61)]. Уже в своей студенческой работе "Некоторые приложения теории идеалов в алгебре", выполненной им как дипломная работа, Н.Г. проявляет себя как математик с выдающимися способностями. Эта первая работа молодого математика содержит известную его теорему монодромии, доказательство теоремы Дедекинда – Фробениуса, способ нахождения уравнения без аффекта. После окончания университета Н.Г. по представлению Д.А. Граве

[60)] Точнее, Н.Г. Чеботарев является научным праправнуком Чебышева, так как Д.А. Граве был учеником профессора Петербургского университета Александра Николаевича Коркина (1837 – 1908), крупнейшего представителя петербургской математической школы. Основные работы Коркина относятся к теории интегрирования уравнений с частными производными и теории чисел. Совместно с Е.И. Золотаревым ему удалось решить трудную задачу о точном пределе для минимума положительных квадратичных форм с четырьмя и пятью переменными. Среди его учеников, кроме Д.А. Граве, были Е.И. Золотарев, А.Н. Крылов, А.М. Ляпунов, А.А. Марков. В свою очередь, А.Н. Коркин был учеником П.Л. Чебышева

[61)] В.В. Морозов. Николай Григорьевич Чеботарев. – В кн.: Николай Григорьевич Чеботарев. – Казань: Изд-во КГУ, 1994. – С. 13

был оставлен при нем для приготовления к профессорскому званию, и Д.А., рекомендуя Чеботарева в профессорские стипендиаты, про эту его студенческую работу писал, что "она обнаруживает большие математические способности, связанные с прекрасной эрудицией"[62].

В 1918 году Н.Г. сдает магистерские экзамены и после прочтения двух пробных курсов избирается на должность приват-доцента кафедры математики. В 1921 году он переезжает в Одессу, где в те годы жили его родители[63]. Одесский период жизни в материальном отношении для семьи Н.Г. Чеботарева был самым трудным: это были годы разрухи, отец Николая Григорьевича перебивался случайными заработками, должность сверхштатного профессора Института народного образования, по словам В.В. Морозова, Николаю Григорьевичу не давала хорошего заработка. Кроме того, по словам самого Н.Г., не установились научные контакты с одесскими учеными (в Одессе в те годы работали В.Ф. Каган и С.О. Шатуновский).

Переезд семьи Н.Г. в Казань состоялся в 1928 году (приказ о его зачислении в штат Казанского университета на должность профессора кафедры математики был издан в декабре 1927 года). Сначала Чеботаревы жили на улице Комлева (ныне улица Муштари), потом им дали квартиру на улице Старогоршечной (ныне улица Щапова), а в 1937 году семья Чеботаревых получила большую квартиру в "Доме специалистов", расположенном по улице Карла Маркса.

Таким образом, в Казань переехал ученый, еще достаточно молодой (в 1928 году Н.Г. Чеботареву было 34 года), но уже получивший мировую известность первоклассными работами во многих областях алгебры. Здесь нет возможности перечислить все достижения Чеботарева того времени, остановлюсь лишь на одном его результате, опубликованном в Известиях АН СССР в 1923 году и известном как "теорема плотности Чеботарева", который несомненно остается самым замечательным его достижением.

Приведем сначала необходимые определения.

Поле K является *расширением* поля R (обозначение: (K/R)), если R – подполе поля K. Расширение (K/R) является *алгебраическим*, если все элементы K являются корнями многочленов над R. Алгебраическое расширение (K/R) называется *нормальным*, если оно состоит из множества всех корней некоторого множества многочленов над R. Таким образом, любой неприводимый над R многочлен с коэффициентами из

[62] См. в кн.: Историко-математические исследования. – М., 1961. – Вып. XIV. – С. 550

[63] В.В. Морозов в своих воспоминаниях пишет, что определенное влияние на переезд Н.Г. Чеботарева в Одессу оказал В.Ф. Каган, в те годы работавший в Одессе. Он, в частности, привлекал Чеботарева возможностью публиковаться в одесских журналах. В Киеве тогда математические журналы не издавались, и к тому времени у Н.Г. не было ни одной печатной работы. Там же, С. 15-16

R, имеющий хотя бы один корень в K, в нем разлагается на линейные множители, т. е. оно вместе с некоторым корнем какого-нибудь многочлена над R содержит и все остальные его корни.

Группой Галуа расширения (K/R) (обозначение: $\mathrm{Gal(K/R)}$) называется группа всех автоморфизмов поля K, которые оставляют неподвижными элементы поля R. Поле K можно рассматривать как векторное пространство $V = V(K, R)$ над полем R, где произведение вектора $p \in \in K$ на скаляр $\lambda \in R$ определяется как обычное умножение p на λ, рассматриваемых как элементы поля K.

Если размерность $dimV$ пространства $V(K, R)$ конечна, то она называется *степенью расширения* поля K над R (нетрудно проверить, что поле комплексных чисел является расширением второй степени поля действительных чисел и не имеет конечной степени как расширение поля рациональных чисел).

Классом группы Галуа $\mathrm{Gal(K/R)}$ называется множество элементов группы, сопряженных с некоторым (фиксированным) элементом $g \in \mathrm{Gal(K/R)}$. Наконец, *отделом* группы Галуа $\mathrm{Gal(K/R)}$ называется множество элементов $\mathrm{Gal(K/R)}$, сопряженных с некоторой степенью g^s элемента $g \in \mathrm{Gal(K/R)}$, имеющего конечный порядок, причем s взаимно просто с порядком элемента g. Ясно, что отдел группы Галуа состоит из множества классов группы Галуа.

Одной из до сих пор нерешенных проблем теории чисел, известных еще со времен Евклида, является нахождение закона распределения простых чисел в натуральном ряду чисел $1, 2, 3, 4, 5, \ldots$. С этой проблемой связана следующая задача: пусть дана арифметическая прогрессия вида $\{ax + b \mid x = 0, 1, 2, \ldots\}$. При $a = 1$ она состоит из всех натуральных чисел, больших или равных b, поэтому содержит бесконечно много простых чисел. Ясно также, что если a и b не являются взаимно простыми числами, то такая прогрессия не содержит ни одного простого числа. Встает вопрос, сколько простых чисел может содержать такая прогрессия в случае, когда $a > 1$ и a и b взаимно простые? Так как элементы этой арифметической прогрессии записываются как $\{t > 0 : t \equiv b(mod\ a)\}$, то это эквивалентно вопросу о бесконечности множества натуральных чисел $\{t : t \text{ простое } \ \& \ t \equiv b(mod\ a)\}$.

Изучая эту проблему, немецкий математик Л. Дирихле использовал следующее понятие *плотности* для множеств простых чисел, введенное еще Кронекером.

Обозначим через P совокупность всех простых чисел. Множество $S \subseteq \subseteq P$ простых чисел имеет плотность δ, если

$$\sum_{p \in S} \frac{1}{p^s} \quad / \sum_{p \in P} \frac{1}{p^s} \to \delta$$

для $s > 1$ и $s \to 1$[64]. Ясно, что плотность множества всех простых чисел равна единице, поэтому плотность любого подмножества простых чисел не превосходит единицы.

Дирихле доказал, что если $a > 0$ – произвольное натуральное число, то для произвольного взаимно простого с a натурального числа b множество простых чисел p, таких, что $p \equiv b(mod\ a)$, имеет плотность $1/\varphi(a)$, где $\varphi(a)$ – количество всех, включая единицу, взаимно простых с a натуральных чисел, не превосходящих a, известная как *функция Эйлера.*

Таким образом, любая арифметическая прогрессия вида $\{ax + b \mid x = 0, 1, 2, \ldots\}$, где a и b – взаимно простые натуральные числа, должна содержать бесконечно много простых чисел, более того, все такие прогрессии при фиксированном a имеют одинаковую плотность, равную $1/\varphi(a)$. Другими словами, все арифметические прогрессии с одинаковой разностью имеют одинаковую плотность, где бы они на натуральном ряду чисел не располагались (при условии, что первый член прогрессии взаимно прост с ее разностью).

Фробениус сформулировал следующую проблему: определить плотность множества простых чисел, принадлежащих заданному классу группы Галуа произвольного нормального расширения поля рациональных чисел. Сам Фробениус вычислил плотность множества простых чисел, принадлежащих *отделу группы Галуа* нормального расширения поля рациональных чисел, установив, что эта плотность равна отношению числа элементов отдела к степени расширения поля.

Н.Г. Чеботарев получил полное решение проблемы Фробениуса, доказав, что плотность множества простых чисел, принадлежащих заданному классу автоморфизмов группы Галуа нормального расширения поля Q рациональных чисел, равна отношению числа элементов класса к степени расширения поля. Это утверждение называется "теоремой плотностей", так как из него следует, что бесконечное множество простых чисел, соответствующих заданному автоморфизму g, имеет плотность (в смысле Дирихле), пропорциональную числу сопряженных в группе G с g элементов.

Проблема Фробениуса примыкает к основной задаче теории алгебраических чисел о видах разложения простых чисел на множители в полях алгебраических чисел. Известно, что характер разложения простого числа p в произвольном поле K, являющемся нормальным расширением поля Q рациональных чисел, исчерпывающим образом описывается его

[64] Это так называемая *аналитическая плотность* множества S простых чисел. Существует еще понятие *натуральной плотности* этого множества, которая определяется так: $\sharp\{p \leqslant x | p \in S\}/\sharp\{p \leqslant x | x \in P\} \to \delta$ при $x \to \infty$. Известно, что если множество S простых чисел имеет натуральную плотность, то оно имеет и аналитическую плотность, и эти две плотности совпадают, но не наоборот

автоморфизмом Фробениуса (обозначение: (K/p)) поля K, и вопрос о возможных типах разложения простых чисел формулируется как вопрос о существовании простых чисел с заданным автоморфизмом Фробениуса.

Теорема Чеботарева утверждает, что для любого автоморфизма g группы Галуа G поля K существует бесконечное множество простых чисел p, таких, что автоморфизм Фробениуса (K/r) совпадает с исходным автоморфизмом g для некоторого простого делителя r числа p. Если нормальное расширение K поля рациональных чисел Q получается присоединением к Q примитивного корня n-й степени из единицы, то теорема Чеботарева превращается в приведенную выше теорему Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.

Академик И.Р. Шафаревич в своих воспоминаниях о Н.Г. Чеботареве пишет: "Приложения теоремы Чеботарева столь многочисленны, что нет никакой возможности их перечислить. Если нас интересует существование простых чисел с некоторым свойством, то надо это свойство выразить как условие $(K/r) = g$ в надлежаще подобранном поле K и применить теорему Чеботарева... Безнадежно было бы сосчитать число ссылок на эту теорему. Она является одним из центральных результатов теории чисел и будет занимать это место до тех пор, пока теория чисел существует"[65]. Впоследствии Э. Артин воспользовался построениями Чеботарева, примененными им в этой работе, для доказательства своего знаменитого закона взаимности[66].

Сам Н.Г. Чеботарев по поводу этой своей работы пишет следующее: "Первым во времени и, пожалуй, произведшим наибольшие изменения в структуре отделов математики (в данном случае, в теории алгебраических чисел) был мой результат по нахождению плотности множества простых чисел, принадлежащих заданному классу подстановок (1922). Этот результат не удалось получить Фробениусу, который в 1896 году развил всю теорию простых чисел, принадлежащих классам подстановок, но не мог получить окончательного результата, хотя энергично добивался его и в попытках создал весьма важную теорию групповых характеров. Я добился этого более простым путем: присоединил к полю большое число корней из единицы. Мой метод ... дал возможность Артину доказать свой общий закон взаимности, который коренным образом перестроил теорию полей классов"[67].

Дальнейшее развитие математической науки в целом и расширение тематики математических исследований на кафедре математики, в частности, привели к тому, что в 1930-х годах коллектив кафедры математики

[65] И.Р. Шафаревич. О Николае Григорьевиче Чеботареве. – В кн.: Николай Григорьевич Чеботарев. – Казань: Изд-во КГУ, 1984. – С. 6

[66] Эмиль Артин (1898 – 1962) – выдающийся австрийский математик

[67] В кн.: Николай Григорьевич Чеботарев. – Казань: Изд-во КГУ, 1984. – С. 73-74

состоял из нескольких творческих групп, сформированных по признаку общности научных интересов. Появились специализированные научные семинары; математикам, работающим в одной области математики, стало труднее понимать своих коллег, работающих в других ее разделах. Кроме того, расширялся и сам факультет: если в начале 1920-х годов на математическом отделении факультета обучались 30 студентов, то в начале 1930-х годов их численность выросла до 100 человек[68].

Все это привело к тому, что в сентябре 1934 года кафедра математики физико-математического факультета разделилась на три кафедры: математического анализа, геометрии и алгебры. Первыми заведующими кафедрами стали: алгебры – Николай Григорьевич Чеботарев; геометрии - Петр Алексеевич Широков; математического анализа – ученик Н.Н. Парфентьева Борис Михайлович Гагаев, к тому времени получивший мировую известность своими оригинальными работами по теории ортогональных систем и рядов функций.

При создании кафедры алгебры на ней были всего четыре сотрудника: сам Николай Григорьевич и его ученики В.В. Морозов, Н.Н. Мейман и И.Д. Адо, работавшие по совместительству. Кроме обязательных курсов по алгебре на кафедре в те годы читались (в основном самим Н.Г.) специальные курсы по теории Галуа, теории групп, теории матриц, теории алгебраических функций.

На 1930-е и 1940-е годы приходится период расцвета алгебраических исследований в университете. Зарождалась казанская алгебраическая школа, постепенно превратившая Казань в один из мировых алгебраических центров. Основную роль в формировании этой школы сыграл организованный Чеботаревым алгебраический семинар, участниками которого в те годы были, кроме Николая Григорьевича, его ученики И.Д. Адо, В.В. Морозов, Н.Н. Мейман, аспиранты Николая Григорьевича А.И. Гаврилов, В.Н. Цапырин, А.В. Дороднов. Именно на этом семинаре определились основные направления научно-исследовательской деятельности коллектива, часть которого продолжает развиваться в Казанском университете и в настоящее время.

Прежде всего, крупные результаты во многих областях алгебры были получены самим Н.Г. Чеботаревым. В теории Галуа им была определена структура абсолютной группы Галуа полей классов и установлены ограничения, наложенные на простые делители числа классов. В теории групп Ли Н.Г. Чеботарев дал доказательство высказанного еще в 1894 году Картаном предположения, что подгруппы простых групп мак-

[68] В 1934 году физико-математический факультет состоял из четырех отделений: механико-математического, физического, геофизического и астрономо-геодезического, и шести кафедр: математики, механики, физики, астрономии, геофизики и геодезии

симального порядка регулярны, нашел аналитический признак наличия меры у заданного представления группы Ли.

Целый ряд работ Н.Г. относится к проблеме сведения решения алгебраических уравнений высших степеней (не разрешимых в радикалах) к решению уравнений возможно более простого вида, известной под общим названием "проблема резольвент".

В алгебре термин "резольвента" используется в разных смыслах. Под резольвентой алгебраического уравнения $f(x) = 0$ степени n понимают такое алгебраическое уравнение $g(x) = 0$ с коэффициентами, рационально зависящими от коэффициентов $f(x)$, что знание корней этого уравнения позволяет найти корни данного уравнения $f(x) = 0$ в результате решения более простых уравнений, степеней не больших n. Например, уравнение $z^3 - a_2z^2 + (a_1a_3 - 4a_4)z - (a_1^2a_4 - 4a_2a_4 + a_3^2) = 0$ является одной из (кубической) резольвент уравнения четвёртой степени $x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0$. Если z_1, z_2, z_3 – корни этой резольвенты, то корни x_1, x_2, x_3, x_4 данного уравнения четвёртой степени могут быть найдены решением квадратных уравнений $t^2 - u_kt + a_4 = 0, k = 1, 2, 3$. Именно, если c_k, d_k – корни этих квадратных уравнений, то $x_1x_2 = c_1, x_3x_4 = d_1, x_1x_3 = c_2, x_2x_4 = d_2, x_1x_4 = c_3, x_2x_3 = d_3$ и $x_1^2 = c_1c_2/d_3$ и т. д.

В терминах суперпозиций проблема резольвент формулируется так: для произвольного натурального числа n найти такое наименьшее число k, что корень общего уравнения n-й степени как функция от его коэффициентов представляется в виде суперпозиции алгебраических функций от k переменных. Проблема резольвент в такой формулировке связана с тринадцатой проблемой Гильберта из его знаменитой серии, состоящей из двадцати трех проблем математики, решение которых, по словам самого Гильберта, "может значительно стимулировать дальнейшее развитие науки". Остановимся подробнее на этих работах Н.Г. Чеботарева.

Так как алгебраические уравнения вплоть до четвертой степени разрешимы в радикалах, то корни этих уравнений как функции от его коэффициентов можно записать в виде суперпозиций от четырех основных арифметических операций $+, -, \cdot, /$ и функции от одной переменной $\sqrt{t}$. Как известно, общее уравнение пятой степени неразрешимо в радикалах. Однако с помощью преобразований Чирнгаузена[69], которое требует только извлечения корня, эти уравнения могут быть приведены к виду $x^5 + dx + 1 = 0$, содержащему один параметр d. Отсюда следует, что корни уравнения пятой степени как функции от его коэффициентов также могут быть представлены в виде суперпозиций арифметических операций и алгебраических функций от одного переменного. Проблема резольвент в этих терминах может быть сформулирована следующим образом: для

[69] С помощью преобразования Чирнгаузена общее алгебраическое уравнение n-й степени приводится к виду $t^n + a_4t^{n-4} + \ldots + a_{n-1}t + 1 = 0$

произвольного натурального числа $n \geqslant 1$ указать такое наименьшее число $k > 0$, что корни произвольного алгебраического уравнения n-й степени представляются в виде суперпозиции алгебраических функций от k переменных[70]. Таким образом, при $n \leqslant 5$ это число k равно единице.

В одной своей работе 1926 года Гильберт высказал предположение, что для n, равного 6, 7, 8, число k соответственно должно равняться 2, 3, 4, хотя в этой же работе он доказывает, что произвольные уравнения девятой степени представляются в виде суперпозиции алгебраических функций от четырех переменных.

Н.Г. Чеботарев, обобщая эту работу Гильберта, а также более позднюю работу А. Вимана установил, что при $n \geqslant 121$ это число k можно подобрать не превосходящим $n - 7$, а при $n \geqslant 21$ – не превосходящим $n - 6$. Насколько мне известно, эта оценка на сегодняшний день остается наилучшей.

Н.Г. Чеботарев посвятил проблеме резольвент целую серию работ. За их совокупность ему посмертно была присуждена Сталинская премия 1-й степени (1948).

В одной работе, посвященной теории резольвент, Н.Г. доказывал, что вопрос о представлении корней одного уравнения через другие, коэффициенты которых зависят от меньшего числа параметров, зависит от возможности вложения с определенными свойствами его группы Галуа в группу Ли. Позднее выяснилось, что доказательство этого его утверждения оказалось ошибочным. По этому поводу И.Р. Шафаревич в своих воспоминаниях пишет, что эта работа Н.Г. была основана "на исключительно красивой идее" о зависимости проблемы резольвент от возможности вложения с определенными свойствами группы Галуа коэффициентов уравнения в группу Ли соответствующей размерности (проблема одевания). "Идея Н.Г., как казалось, устанавливала совершенно неожиданную связь между двумя классическими разделами математики. Хотя конкретное утверждение оказалось ошибочным, ... кажется вероятным, что основная идея может ... воскреснуть в какой-то видоизмененной форме. Так что Чеботарев окажется ... правым ... в том, что проблема одевания связана с проблемой резольвент"[71].

[70] В тринадцатой проблеме Гильберта требуется доказать, что корень алгебраического уравнения седьмой степени $x^7 + a_1x^6 + \ldots + a_6x + a_7 = 0$ представляет собой такую функцию от его коэффициентов, которую нельзя получить конечным числом суперпозиций аналитических функций двух аргументов. Отрицательное решение 13-й проблемы Гильберта было получено А.Н. Колмогоровым и В.И. Арнольдом. Именно, А.Н. Колмогоров (1956) доказал одну общую теорему, из которой следовало, что решение уравнения 7-й степени представляется в виде суперпозиции непрерывных функций от трех переменных, а в 1957 году в своей студенческой работе В.И. Арнольд снизил в теореме Колмогорова количество переменных до двух, опровергнув, таким образом, гипотезу Гильберта

[71] И.Р. Шафаревич. О Николае Григорьевиче Чеботареве. – В кн.: Николай Гри-

Как уже говорилось, Н.Г. Чеботарев при работе над проблемой резольвент столкнулся с вопросом "об одевании" конечных групп группами Ли. Эту задачу он предложил своему ученику И.Д. Адо, который блестяще с ней справился, получив точное конечномерное представление конечномерных алгебр Ли над полем характеристики нуль (1935). За этот результат ему сразу была присуждена степень доктора наук, минуя кандидатскую. В.В. Морозов в своей кандидатской диссертации дал перечисление всех примитивных представлений простых групп Ли (1938). В дальнейшем в своей докторской диссертации он получил перечисление всех неполупростых максимальных подгрупп простых групп Ли (1943), что вместе с результатами московского математика Е.Б. Дынкина дало полное решение проблемы классификации всех примитивных представлений групп Ли, поставленной С. Ли еще в XIX-м веке.

Ряд учеников Н.Г. Чеботарева изучал поставленную им проблему продолжаемости полиномов. Полином $f(x)$ называется M-продолжаемым, где M – некоторое множество комплексных чисел, если путем добавления к нему членов высших порядков можно получить полином, все корни которого будут принадлежать M. Л.И. Гаврилов доказал, что всякий полином является M-продолжаемым, если M – окружность ненулевого радиуса, центр которой находится в начале координат. Другой аспирант Николая Григорьевича Н.Н. Мейман исследовал случай, когда M является множеством вещественных чисел. В этом случае проблема продолжаемости полинома сводится к проверке выполнения бесконечного числа неравенств. Н.Н. Мейману удалось разработать алгоритм, с помощью которого за конечное число шагов удается определить, выполняются ли эти условия. За эти исследования Н.Н. Мейману также была присуждена степень доктора наук, минуя кандидатскую.

В 1934 году, в процессе работы над книгой "Основы теории Галуа" Н.Г. обратился к одной из классических задач древности – задаче перечисления всех круговых луночек, квадрируемых при помощи циркуля и линейки.

Знаменитой задачей древности, известной как задача о квадратуре круга, является задача о построении с помощью циркуля и линейки квадрата, равновеликого данному кругу. Попытки решения задачи о квадратуре круга, продолжавшиеся в течение тысячелетий, неизменно оканчивались неудачей. Если взять радиус круга за единицу, то сторона равновеликого этому кругу квадрата равна $\sqrt{\pi}$. Таким образом, задача сводится к построению с помощью циркуля и линейки отрезка, длина которого равна $\sqrt{\pi}$. Нетрудно доказать, что с помощью циркуля и линейки можно построить только отрезки, длины которых выражаются числами, которые являются корнями алгебраических уравнений с

горьевич Чеботарев. – Казань: Изд-во КГУ, 1984. – С. 7-8 целыми коэффициентами, разрешимых в квадратных радикалах. Однако известно, что ни число π, ни число $\sqrt{\pi}$ таковыми не являются. Более того, как установил в 1882 году немецкий математик Ф. Линдеман, π и $\sqrt{\pi}$ – трансцендентные числа (которые не являются корнями никаких алгебраических уравнений с целыми коэффициентами). Таким образом, задача квадратуры круга неразрешима.

В отличие от последней задача о квадрируемых луночках имеет решение. Круговой луночкой называется замкнутая фигура, образованная дугами двух окружностей. Круговая луночка квадрируема, если с помощью циркуля и линейки можно построить равновеликий ей квадрат, то есть если ее площадь имеет значение, алгебраически выражаемое через входящие в их построение линейные элементы. Частным случаем круговых луночек являются луночки Гиппократа – найденные древнегреческим геометром Гиппократом Хиосским (V в. до н. э.) квадрируемые луночки (с их помощью Гиппократ пытался справиться с задачей о квадратуре круга).

Существует три квадрируемые луночки Гиппократа. Одна из них строится следующим образом: берется четверть круга OAC и на хорде AC, соединяющей концы радиусов OA и OC, описывается как на диаметре полуокружность, внешняя по отношению к четверти круга. Нетрудно проверить, что площадь луночки равна площади треугольника AOC. Таким образом, луночка квадрируема.

Д. Бернулли указал условие, которому должны удовлетворять квадрируемые луночки, и привел уравнение, которому удовлетворяет еще одна (четвертая) квадрируемая луночка.

Задача перечисления всех квадрируемых луночек привлекала внимание многих крупнейших математиков разных времен. Существенное продвижение в решении этой проблемы было достигнуто самим Чеботаревым. Прежде всего, Н.Г. свел задачу к случаю, когда отношение угловых мер α и β дуг, ограничивающих луночку, соизмеримо и равно m/n (т. е. $\alpha = m\theta, \beta = n\theta$ для некоторого θ), где m, n – взаимно простые натуральные числа, и составил алгебраическое относительно $\cos\theta$ уравнение, которому должны удовлетворять квадрируемые луночки, а это означает, что уравнение должно решаться при помощи извлечения квадратных корней. Последнее в свою очередь означает, что группа Галуа неприводимых множителей этого уравнения должна иметь порядок, равный степени двойки. Н.Г. Чеботарев подробно исследовал случай, когда m и n – нечетные взаимно простые натуральные числа. Его ученик А.В. Дороднов позднее (1948) разобрал случай, когда одно из этих чисел четное. Таким образом, задача перечисления всех квадрируемых луночек получила окончательное решение. В конечном итоге выяснилось, что существует всего пять видов квадрируемых луночек. За эту работу Анатолий Васильевич был удостоен университетской премии.

По поводу этой своей работы Н.Г. Чеботарев пишет следующее: "Эта задача – из теории Галуа, т. е. по моей официальной специальности. Её поставил в 1847 году Клаузен[72)], в 1903 году продвинул крупный математик Ландау[73)], а в последнее время в ней копался незначительный болгарский математик Чакалов[74)]. Сама по себе она не представляет интереса, но мне при составлении книги[75)] понадобился пример, и я стал смотреть, как бы упростить исследования Чакалова. И решил половину этой проблемы. При этом нельзя даже сказать, что я пользовался чем-нибудь существенно отличным от метода Ландау и Чакалова. Только несравненно глубже копнул"[76)].

В одном из писем, найденном среди бумаг Н.Г. и опубликованном в его "Математической автобиографии" уже после смерти, Николай Григорьевич пишет о себе и своем отношении к математике следующее:

В математике красота играет громадную роль. Не-математик может убедиться в этом внешним образом, перелистывая математические работы и видя на каждом шагу выражения "изящный метод" и т. п. При этом споров об "изяществе" не бывает, так что, по-видимому, вкусы математиков более или менее совпадают. Красота в математике идет рука об руку с целесообразностью: мы редко называем изящными рассуждения, не приводящие к законченной цели или более длинные, чем это представляется необходимым.

Я представляю собой в математике типичного поклонника математической красоты. У меня нет исследований, которые бы пролагали в математике новые пути и открывали бы новые области. С другой стороны. нет такой области, в которой я бы чувствовал себя большим специалистом: мои знания касаются довольно многих областей, но они не исчерпывающие, а сводятся только к общему знакомству с предметом и методом и к схватыванию главного. Мои работы редко возвращаются к старым темам, и их тематика весьма пестра. Моя

72) Томас Клаузен (1801 – 1885) – немецкий математик, работал во многих областях математики, в частности, теории чисел, а также физики и астрономии. Известен тем, что доказал, что 6-е число Ферма $2^{2^6}+1$ не является простым (еще раньше Л. Эйлер установил, что 5-е число Ферма $2^{32}+1$ не простое)

73) Эдмунд Ландау (1877 – 1938) – выдающийся немецкий математик, внесший существенный вклад в теорию чисел

74) Справедливости ради надо отметить, что Н.Г. в этой оценке излишне категоричен. Академик Болгарской национальной академии Л.Н. Чакалов является одним из крупнейших болгарских математиков, внесшим заметный вклад в теорию чисел и теорию аналитических функций. Он публиковался и в российских журналах, таких, как "Известия АН СССР, серия матем."

75) Книга Н.Г. Чеботарева "Основы теории Галуа". – М.: ОНТИ, 1934

76) В кн.: Николай Григорьевич Чеботарев. – Казань: Изд-во КГУ, 1994. – С. 75

же ценность в математике состоит в том, что я берусь за проблемы, которые безуспешно пытались решать другие, и решаю их, пользуясь для этого часто неожиданными приемами, заимствованными часто из других отделов математики. Таким образом, я чаще привожу в законченный вид отделы математики, чем начинаю их[77].

Работы Н.Г. Чеботарева и его учеников получили широкое признание во всем мире. В 1930-е годы Казань становится одним из мировых центров алгебраических исследований, возникает авторитетная Казанская алгебраическая школа, задающая тон мировым исследованиям по многим направлениям современной алгебры, а ее глава Н.Г. Чеботарев приглашается с обзорными докладами на крупнейшие математические форумы того времени: по теории алгебраических чисел – на первый Всесоюзный математический съезд, Харьков, 1930; по теории Галуа – на Всемирный математический конгресс, Цюрих, 1932, и на второй Всесоюзный математический съезд, Ленинград, 1934.

Смерть Н.Г. Чеботарева, последовавшая в 1947 году после операции по удалению раковой опухоли, была тяжелым ударом для математической общественности Казани, в частности, для казанской алгебраической школы. Классик науки, внесший громадный вклад в развитие многих направлений математики, Н.Г. Чеботарев относится к тем ученым, которые, по свидетельству академика И.Р. Шафаревича, "своим творчеством как бы соединяют разные поколения и даже эпохи"[78].

Н.Г. Чеботарев проработал в Казанском университете около двадцати лет (с января 1928 г. по июль 1947 г.). На казанский период его жизни приходится наиболее значительная часть его научной деятельности. За выдающиеся достижения в науке Чеботарев в эти годы был награжден орденом Ленина (1944 г.) и дважды орденами Трудового Красного Знамени (1944 и 1945 гг.). Как отмечалось выше, в 1948 году ему посмертно была присуждена Сталинская премия.

К сожалению, после смерти Н.Г. казанская алгебраическая школа практически прекратила свое существование. Как известно, школа Чеботарева при его жизни состояла только из его учеников, наиболее видными из них являются В.В. Морозов, И.Д. Адо, Н.Н. Мейман и А.В. Дороднов, собственных учеников у последних в этот период не было. Странно, что у Н.Г. не было учеников по теории Галуа и теории алгебраических чисел, т. е. по тем разделам алгебры, которые он сам считал для себя основными. Вскоре после смерти Николая Григорьевича из его учеников на кафедре остались только В.В. Морозов, который принял руководство ка-

---

[77] Н.Г. Чеботарев. Математическая автобиография// Успехи мат. наук. – 1948. – Т. 3, Вып. 4(26). – С. 62-63

[78] И.Р. Шафаревич. О Николае Григорьевиче Чеботареве. – В кн.: Николай Григорьевич Чеботарев. – Казань: Изд-во КГУ, 1984. – С. 4-8

федрой, и А.В. Дороднов. После войны Н.Н. Мейман переехал в Москву, переключившись на новую тематику, где работал в Институте физических проблем, а также в Институте теоретической и экспериментальной физики АН СССР. В 1953 году за исследования по теории устойчивости разностных схем Н.Н. Мейману присуждается Сталинская премия. Работая в составе группы Л.Д. Ландау и в тесном взаимодействии с группой Я.Б. Зельдовича, он принял участие в разработке математической стороны создания ядерного оружия[79].

Еще раньше, в 1935 году, перешел работать в Казанский химико-технологический институт И.Д. Адо, по разным причинам в послевоенные годы его творческая активность снизилась. В связи с плохим состоянием здоровья постепенно отошел от активной научной деятельности и В.В. Морозов, сосредоточившись на педагогической и научно-организационной деятельности.

После смерти Николая Григорьевича Владимир Владимирович являлся наиболее яркой фигурой казанской алгебраической школы. Годы творческой активности В.В. пришлись на 1930-е – 1940-е годы, когда им в Математическом сборнике, Докладах Академии наук СССР и в местных сборниках были опубликованы работы по проблеме классификации алгебр Ли, имеющих примитивное представление. Проблема была поставлена "патриархом теории групп"[80] Софусом Ли еще в XIX-м веке, и эти работы Морозова вместе с работами А.И. Мальцева и Е.Б. Дынкина содержат её полное решение. Знаменитая теорема регулярности Морозова, доказанная им в процессе работы над этой проблемой и составившая основу его метода исследования, долгие годы оставалась одним из наиболее значительных достижений теории групп Ли. В.В. Морозов принадлежит к славной плеяде ученых-математиков Казанского университета, которые проводили исследования на мировом уровне и чьи работы вошли в сокровищницу мировой математической науки. Кроме того, он был все-

[79] Начиная с 1960-х годов, Н.Н. Мейман становится участником правозащитного движения. Совместно с А.Д. Сахаровым он принимает активное участие в кампании в защиту Александра Гинзбурга, Юрия Галанскова и других. В 1977 году Н.Н. Мейман становится членом Московского отделения Хельсинкской группы, работу в которой он сочетал с деятельностью в еврейском эмиграционном движении. По его инициативе в 1979 году был выпущен документ № 112 "Дискриминация евреев при поступлении в университеты". Он также принял участие в семинаре физиков-отказников, написал статью о Бабьем Яре, в котором власти не позволяли открыть монумент памяти евреев, убитых нацистами. За правозащитную деятельность Н.Н. подвергался арестам, обыскам и допросам.

В 1971 году Н.Н. Мейман вышел на пенсию, после чего подал документы на выезд в Израиль, но ему отказали "из соображений секретности". После начала перестройки, в 1988 году Мейману разрешили выехать в Израиль, где он был избран почётным профессором Тель-Авивского университета

[80] Слова В.В. Морозова из его докторской диссертации

сторонне образованным человеком, знал несколько иностранных языков, хорошо знал и любил литературу, поэзию, музыку [81].

Хотя В.В. Морозов являлся моим научным руководителем, он, к сожалению, часто болел, и я с ним общался мало. В те годы он мне казался совсем пожилым человеком, хотя ему было чуть больше пятидесяти. Этому немало способствовали его большая окладистая "а-ля Шмидт"[82] борода, а также старомодная манера одеваться. Он носил широкий двубортный темного цвета костюм, черные тупоносые ботинки. Весной и осенью носил кепку и темное длинное демисезонное пальто, а зимой – такого же цвета пальто с каракулевым воротником и шапку-ушанку. Я никогда не видел его при галстуке. Волосы каштановые, не седые, наверное, когда-то бывшие густыми, но теперь поредевшие и гладко зачесанные назад. Лоб широкий, под густыми бровями серые выразительные глаза. Он был немногословен, говорил медленно и негромко, тщательно подбирая слова, и все, что выходило из его уст, звучало весомо. Он никогда не повышал голоса, и я никогда не видел его возбужденным или в плохом расположении духа.

Для меня он был почти классик, человек-полубог. При встрече с ним я терялся, на его вопросы отвечал невпопад, он, очевидно, это замечал и из-под густых бровей смотрел на меня внимательно и чуть насмешливо. Я это чувствовал, это меня злило, и после каждой встречи я долго обдумывал, как мне следовало отвечать на его вопросы и себя вести. Наверное, поэтому я хорошо помню каждую встречу с ним.

Кажется, он не читал лекций и вообще не вел никаких занятий со студентами, иначе я посещал бы эти занятия. Единственная возможность послушать лекцию В.В. представилась мне осенью 1962 года, когда нам было объявлено, что В.В. Морозов прочитает студентам курс лекций по общей алгебре. Я хорошо помню единственную лекцию, состоявшуюся по этому курсу. Она проходила в 1-й математической аудитории. Народу собралось много, пришли не только студенты младших курсов, но и старшекурсники, а также аспиранты и несколько преподавателей. Из знакомых мне преподавателей на ней присутствовал Юрий Иванович Грибанов, он сидел позади всех, и во время лекции В.В. обратился к нему с каким-то вопросом. В.В. читал лекцию в своей обычной манере. Хотя он говорил о хорошо мне известных вещах (операции над множествами и их свойства, аксиома выбора, ее эквивалентные формулировки и т. д.), его речь завораживала, возбуждало ожидание чего-то необычного, доселе неведомого.

[81] Эта сторона личности В.В. Морозова достаточно подробно и хорошо изложена в заметке Л.Д. Эскина "В.В. Морозов – педагог и ученый" (в кн.: Владимир Владимирович Морозов 1910 – 1970, Серия "Выдающиеся ученые Казанского университета". – Казань: Изд-во КГУ, 2002. – С. 6-11.

[82] Шмидт Отто Юльевич (1891 – 1956) – известный алгебраист, академик, вице-президент АН СССР

К сожалению, продолжения лекций не последовало.

Естественно, исследования, проводившиеся на кафедре при жизни Н.Г. Чеботарева, и впоследствии оказывали существенное воздействие на круг интересов и на направление исследований ее сотрудников. В.В. Морозов продолжил свои исследования по теории групп Ли и теории резольвент. Другой ученик Николая Григорьевича А.В. Дороднов (после ухода В.В. Морозова на пенсию руководивший кафедрой с 1970 по 1976 годы) изучал подполя полей алгебраических функций.

Первый заведующий кафедрой математического анализа **Борис Михайлович Гагаев** родился в 1897 году в Казани в семье служащего. В 1916 г. он поступил на математическое отделение физико-математического факультета. Уже в студенческие годы Б.М. проявляет несомненные математические способности и ведет исследовательскую работу под руководством Н.Н. Парфентьева. После окончания университета в 1923 году[83)] Б.М. был оставлен при кафедре математики в качестве "научного сотрудника 2-го разряда" (что соответствовало должности профессорского стипендиата, к тому времени аннулированной), а после учреждения в 1925 году в Казанском университете аспирантуры становится аспирантом Н.Н. Парфентьева; Б.М. был первым аспирантом-математиком в Казанском университете.

Первые работы Б.М. Гагаева относятся к исследованию дифференциальных и интегральных уравнений. Он изучал системы дифференциальных уравнений второго порядка, интегралами которых являются дробно-линейные функции произвольных постоянных, решения системы двух линейных интегральных уравнений с двумя неизвестными функциями, зависящими от четырех различных параметров, а также рост интегралов дифференциального уравнения. Эти его работы опубликованы в "Известиях Казанского физико-математического общества" в 1924 – 1925 гг.

В 1929 г. Борис Михайлович становится доцентом кафедры математики Казанского университета, а с 1934 г. заведует кафедрой математического анализа. В 1936 г. он был утвержден в ученой степени доктора физико-математических наук без защиты диссертации. В 1934 – 1941 и 1944 – 1947 годах заведовал также сектором анализа Научно-исследовательского института математики и механики.

К наиболее значительным работам Б.М. относятся его работы по проблеме, оставленной открытой Н.Н. Лузиным в его докторской диссертации "Интеграл и тригонометрический ряд": существуют ли, кроме системы $1, \sin x, \cos x, \sin 2x, \cos 2x, \ldots$, другие ортогональные системы

[83)] Такая продолжительность учебы в университете объясняется вынужденным перерывом в занятиях в годы гражданской войны функций, инвариантные (с точностью до числовых множителей) относительно дифференцирования? Борису Михайловичу удалось получить полное решение этой проблемы, установив, что кроме вышеприведенной системы тригонометрических функций этим свойством могут обладать только системы из конечного числа функций[84]. Эту свою работу Б.М. доложил на Всероссийском математическом съезде, состоявшемся в 1927 году в Москве, и опубликовал во французском журнале Compte Rendu. На этом съезде произошло личное знакомство Б.М. Гагаева с Н.Г. Чеботаревым[85].

Н.Г. Чеботарев в своей "Математической автобиографии" пишет, что еще в начале своей творческой деятельности он, ознакомившись с этой проблемой Лузина, предпринял попытку решить более общую задачу: какая система функций, ортогональная относительно веса $p(x)$, после дифференцирования делается ортогональной относительно другого веса $q(x)$? Другими словами, для каких систем функций $P_0(x), P_1(x), P_2(x), \ldots$ $\ldots$, таких, что

$$\int_a^b p(x)P_i(x)P_j(x)\,dx = 0 \quad (i \neq j) \text{ и } \int_a^b p(x)P_i(x)P_i(x)\,dx = 1$$

для некоторой весовой функции $p(x)$, их производные подчиняются условиям

$$\int_a^b q(x)P_i'(x)P_j'(x)\,dx = 0 \quad (i \neq j) \text{ и } \int_a^b p(x)P_i'(x)P_i'(x)\,dx = 1$$

для некоторой другой весовой функции $q(x)$. Здесь a и b – постоянные границы интегрирования (промежуток ортогональности).

Он получил решение этой задачи при определенных ограничениях на систему функций $P_0(x), P_1(x), P_2(x), \ldots$ и весовую функцию $p(x)$, а по приезде в Казань, узнав, что Б.М. Гагаев также интересуется этими задачами, побудил его заниматься проблемой в этой общей постановке. Занимаясь этой ”обобщенной проблемой Лузина”, Б.М. публикует серию работ, где решается эта "обобщенная" задача при различных ограничениях, накладываемых на веса и системы функций, а также для различных промежутков ортогональности. В частности, ему удалось ослабить условия, при которых эта проблема была решена Н.Г. Чеботаревым. Он также выявил существенность в этих исследованиях требования замкнутости

[84] Позднее (1937 г.) Б.В. Гнеденко заметил, что из анализа Б.М. Гагаева следует, что подобной инвариантностью обладает еще и система функций $\cos(n+1/2)x, \sin(n+$ $+1/2)x$. Подробнее об этом см.: А.Н. Шерстнев. Борис Михайлович Гагаев, 1897 – 1975. – Казань: Изд-во КГУ, 2002

[85] См.: Г.С. Салехов, А.Н. Хованский. Б.М. Гагаев (к 25-летию научной и педагогической деятельности)// Успехи мат. наук. – Т. IV, Вып. 3(31). – С. 177-179

системы функций или системы их производных, доказав, что без этого требования можно, исходя из любой системы ортогональных относительно веса $p(x)$ функций, построить систему их линейных комбинаций, которые тоже будут ортогональны относительно веса $q(x)$.

Из других работ Б.М. отметим его работу о классе функций Бэра, в которой он указал необходимые и достаточные условия для того, чтобы предел сходящейся последовательности функций класса Бэра был функцией из того же класса. Б.М. также исследовал полигармонические и другие функции, удовлетворяющие уравнениям в частных производных. Так, он нашел признаки нормальности семейства полигармонических функций (1937) и функций, удовлетворяющих эллиптическому уравнению (1938). Позднее Борис Михайлович начинает вести исследования также и в области функционального анализа, привлекая к этой тематике своих учеников.

В мои студенческие годы Б.М. было немногим больше шестидесяти, но он оставлял впечатление весьма пожилого и не совсем здорового человека. Б.М. неизменно ходил в сопровождении своей супруги, Маргариты Васильевны, женщины весьма странной, и это вызывало среди студентов всякие разговоры. На третьем курсе Б.М. прочитал нам семестровый курс по вариационному исчислению. При сдаче зачета по этому предмету он задал мне какой-то пустяковый вопрос и по получении ответа тут же поставил оценку. Я также помню одну с ним встречу летом 1968 года.

Я только что вернулся из Новосибирска, где в Институте математики проходил аспирантуру. Как-то в полдень, проходя по Ленинскому садику, я увидел сидящих на скамейке чету Гагаевых. Конечно же, Борис Михайлович меня, недавнего выпускника мехмата, почти не знал, и по логике вещей я, встретившись с ними, должен был поздороваться и пройти мимо. Но каким-то непостижимым образом (подробности я уже не помню) я оказался сидящим вместе с ними на той же скамейке. Борис Михайлович и Маргарита Васильевна ели треугольники, по-видимому, купленные в университетском буфете. Маргарита Васильевна мне также предложила треугольник. Отказаться было неудобно, я треугольник взял, но есть его при них, да еще в такой обстановке, не мог. Маргарита Васильевна расспрашивала меня про Валентина Николаевича Монахова[86)], который незадолго перед этим переехал в Новосибирский академгородок. Борис Михайлович слушал и молча ел свой треугольник, отламывая от него маленькие кусочки. До сих пор передо мной его серые глаза, из-под седых

[86)] В.Н. Монахов (1932 – 2006) – выпускник Казанского университета, ученик Б.М. Гагаева. В 1967 году переехал в Новосибирский академгородок, где в Институте гидродинамики СО РАН создал крупную научную школу. С 2003 года академик РАН. В 1961 – 1962 учебном году Валентин Николаевич для нас, студентов первого курса, организовал кружок по математическому анализу и с большим энтузиазмом им руководил бровей доброжелательно устремленные на меня ... .

У Б.М. Гагаева было очень большое количество учеников (как пишет А.Н. Шерстнев, "точное их число знал, возможно, лишь сам Борис Михайлович"[87]). Учениками Б.М. являются профессор Ф.Д. Гахов, основатель кафедры дифференциальных уравнений Казанского университета, впоследствии академик Белорусской Академии наук, профессор Воронежского университета Ю.Г. Борисович, академик РАН В.Н. Монахов, профессора Казанского университета Г.С. Салехов, М.А. Пудовкин, А.Д. Ляшко, А.Н. Шерстнев, Б.Г. Габдулхаев и многие другие. Из многочисленной когорты его учеников большое влияние на развитие математических исследований в Казанском университете оказал Ф.Д. Гахов. Ему принадлежит создание в Казанском университете нового научного направления в области краевых задач теории аналитических функций и сингулярных интегральных уравнений. Его работы и работы его учеников охватывали по существу весь круг проблем этой теории, их исследования проводились с привлечением новых оригинальных методов, разработанных Федором Дмитриевичем и его учениками.

Федор Дмитриевич Гахов (1906 – 1980) родился в г. Черкесске Ставропольского края. После окончания педагогического техникума в 1925 г. поступил в Горский педагогический институт в г. Орджоникидзе. Работавший там профессор Л.И. Креер обратил внимание на талантливого студента и способствовал переводу Гахова на четвертый курс физико-математического факультета Казанского университета. По окончании университета (1930) Ф.Д. несколько лет преподает в вузах г. Свердловска (ныне г. Екатеринбург), а в 1934 г. поступает в аспирантуру Казанского университета к Б.М. Гагаеву. В 1937 г. он защищает кандидатскую диссертацию "Линейные краевые задачи теории аналитических функций". В ней Гахов впервые дал полное и эффективное решение краевой задачи Римана $\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t) + g(t)$ на замкнутом контуре Γ с коэффициентами $G(t)$ и $g(t)$, удовлетворяющими условию Гельдера. Значение этой работы оказалось исключительно большим. Метод, примененный в работе, был использован в дальнейшем многими исследователями при решении различных обобщений краевой задачи Римана. Эти результаты сыграли решающую роль в построении теории сингулярных интегральных уравнений с одной неизвестной функцией и заложили основы теории краевых задач аналитических функций.

С 1937 по 1939 гг. Ф.Д. Гахов работал доцентом кафедры математического анализа Казанского университета. В 1939 г. он возвращается в г. Орджоникидзе и до 1947 г. работает заведующим кафедрой математического анализа Северно-Осетинского пединститута. Он продолжает

[87] А.Н. Шерстнев. Борис Михайлович Гагаев, 1897 – 1975. – Казань: Изд-во КГУ, 2002. – С. 4

исследования в области краевых задач и в 1942 г. защищает в Тбилисском математическом институте АН Грузинской ССР докторскую диссертацию "Краевые задачи теории аналитических функций и сингулярные интегральные уравнения". В этой диссертации дано решение важной для приложений задачи Римана с разрывными коэффициентами и на разомкнутом контуре. В этой же работе дано решение краевой задачи Гильберта $a(s)u(s) + b(s) \cdot v(s) = c(s)$.

В 1947 г. Гахов приглашается в Казанский университет, где работает сначала профессором кафедры математического анализа, а затем, когда в 1949 году открывается кафедра дифференциальных уравнений, становится первым ее заведующим. С переездом в Казань начинается особенно плодотворный период научной и педагогической деятельности Федора Дмитриевича. Начиная с 1949 г., он публикует ряд работ по краевой задаче Римана со многими неизвестными функциями, а также по теории обратных краевых задач, состоящих в отыскании контура по заданным на нем краевым значениям аналитической функции.

В 1953 году Ф.Д. Гахов переезжает в Ростов-на-Дону, а с 1961 года работает заведующим кафедрой математического анализа Белорусского университета (г. Минск).

После смерти П.А. Широкова в 1944 году кафедру геометрии возглавил Борис Лукич Лаптев (1905 – 1989), тогда кандидат физико-математических наук, доцент. Кафедра оказалась без докторов наук, более того, в обозримом будущем не ожидалось появления доктора наук по геометрии из числа учеников П.А. Широкова (ближайшая такая защита – докторской диссертации Б.Л. Лаптевым – состоялась спустя 15 лет, в 1959 году). В целях сохранения получившей к тому времени широкую известность геометрической школы, берущей начало от Н.И. Лобачевского, у истоков которой стояли также Д.М. Синцов, А.П. Котельников и А.В. Васильев, руководством университета принимается решение пригласить из Новосибирска профессора Александра Петровича Нордена (1904 – 1993), к тому времени получившего достаточно широкую известность своими работами по дифференциальной геометрии. Инициатива о приглашении Нордена в Казань исходила от Н.Г. Чеботарева и Б.Л. Лаптева[88], и оно не было случайным. До переезда в 1941 году в Новосибирск в связи с эвакуацией из Москвы А.П. Норден работал на кафедре математики физического факультета Московского университета (заведующим кафедрой в те годы был его учитель профессор В.Ф. Каган), где за достаточно короткий период прошел путь от ассистента (1930) до профессора (1937). На математическом факультете МГУ Норден читал ряд спецкурсов, в том числе спецкурс "Геометрия линейчатого пространства", в котором

[88] См., например, брошюру "Александр Петрович Норден" (Казань: Изд-во КГУ, 2002)

изучалась геометрия многообразий прямых линий трехмерных эвклидовых пространств, в частности, геометрии Лобачевского. Таким образом, научные интересы Нордена были близки к тематике геометрических исследований, проводимых в Казани. Как впоследствии выяснилось, решение о приглашении в Казань А.П. Нордена оказалось весьма удачным. С его переездом в Казань связано появление в Казанском университете авторитетной геометрической школы, школы Нордена, которая, по словам его ученика Б.А. Розенфельда[89], стала одной из крупнейших советских научных школ. Деятельность А.П. Нордена в Казани способствовала появлению в Казанском университете новых направлений геометрических исследований, которые сохраняются в ней и по сегодняшний день. Кроме того, А.П. Норден активно включился в проводимое казанскими математиками изучение научного наследия Н.И. Лобачевского, ему принадлежит ряд глубоких исследований в этой области.

Александр Петрович Норден родился в 1904 году в Саратове, в семье преподавателя Саратовского реального училища. Предки Нордена были помещиками в Саратовской губернии и, как пишет в своих воспоминаниях Б.А. Розенфельд, имели богатую родословную: одна из дочерей прадеда А.С. Пушкина со стороны матери, знаменитого "арапа Петра Великого" – Абрама Петровича Ганнибала – была выдана замуж за шведского барона Августа Нордена, одного из предков Александра Петровича. Таким образом, А.П. Норден находился, хотя и не в ближайшем, родстве с Александром Сергеевичем Пушкиным.

В 1930 году А.П. окончил математическое отделение Московского университета и поступил в аспирантуру к профессору С.П. Финикову. В 1932 году он досрочно защищает кандидатскую диссертацию "Релятивная геометрия поверхностей проективного пространства", а спустя пять лет и докторскую: "О внутренних геометриях поверхностей проективного пространства". До переезда в Казань А.П. работал в Новосибирском институте военных инженеров железнодорожного транспорта, где заведовал кафедрой высшей математики.

Среди многочисленных научных работ А.П. Нордена особое место занимает применение тензорных методов к проективно-дифференциальной и конформно-дифференциальной геометрии. Применение им алгебр комплексных, двойных и дуальных чисел при изучении биаксиальных, биаффинных и бипланарных пространств, линейчатой геометрии неевклидо-

[89] Б.А. Розенфельд. "Воспоминания о советских математиках". – В кн.: Историко-математические исследования, вторая серия. – 1995. – Вып. I(36). – С. 114-151. На спецкурсе, прочитанном Норденом на мехмате МГУ, Б.А. Розенфельд, в те годы студент мехмата МГУ, ознакомился с интерпретациями А.П. Котельникова и другими интерпретациями многообразий прямых линий трехмерных неевклидовых пространств. "Поскольку вся тематика обеих моих диссертаций выросла из этого курса", пишет в своих воспоминаниях Розенфельд, "я также причисляю себя к школе Нордена"

вых пространств привело к появлению нового научного направления – теории многообразий над алгебрами, одного из основных научных направлений кафедры геометрии Казанского университета в настоящее время. Перу Нордена принадлежит также ряд университетских учебников и монографий.

Большое значение в пропаганде научного наследия Н.И. Лобачевского, а также в расширении научных контактов казанских ученых с их зарубежными коллегами имело создание в 1880 году Казанского физико-математического общества.

Научные математические общества в России возникли во второй половине XIX-го столетия: Московское – в 1817 году (год официального учреждения общества; фактически группа его учредителей начала регулярные научные собрания в 1864 году), Харьковское – в 1879 году, В 1880 году по инициативе тогдашнего декана физико-математического факультета, астронома по специальности М.А. Ковальского создается "Физико-математическая секция Общества естествоиспытателей при Императорском Казанском университете" (само Общество естествоиспытателей при Казанском университете было организовано с 1869 года по инициативе профессора В.Г. Имшенецкого). Первым её председателем стал М.А. Ковальский, который находился на этой должности до своей кончины в 1884 году. В 1884 году председателем секции стал А.В. Васильев. В 1890 году по инициативе А.В. Васильева, а также других членов секции (к этому времени в ней уже насчитывалось более 180 человек) секция получила самостоятельность и стала называться "Физико-математическим обществом при Императорском Казанском университете".

В разные годы председателями Казанского Физико-математического общества были:

А.В. Васильев – с 1890 по 1907 гг.;

Д.Н. Зейлигер – с 1907 по 1914 и с 1918 по 1929 гг.;

Н.Н. Парфентьев – с 1930 по 1943 гг.;

Н.Г. Чеботарев – с 1945 по 1947 гг.;

Б.М. Гагаев – с 1947 по 1949 гг.;

А.П. Норден – с 1950 года.

К концу 1960-х годов Общество постепенно свернуло свою деятельность и фактически прекратило существование.

Руководящим органом Общества являлся его Совет, который избирался на два года. Совет состоял из председателя, товарища председателя, секретаря, казначея, библиотекаря и семи рядовых членов. Для организации повседневной работы из состава Совета выделялось его Правление, куда входили председатель и товарищ председателя, секретарь, казначей и библиотекарь. В 1890-х годах Общество насчитывало в своих рядах более 180 членов, среди которых были жители более сорока городов России, а также Берлина, Дрездена, Баку, Ташкента. Для проведения собраний Общества, посвященных избранию новых членов, а также обсуждения вопросов, связанных с изменениями в его Уставе и расходованием денежных средств, требовалось присутствие не менее 1/3 всего числа находящихся в Казани членов Общества. Если такое заседание не собирало нужного числа членов, то для тех же целей назначалось новое заседание, причем члены Общества уведомлялись о причине, по которой предыдущее заседание не состоялось. Это второе заседание считалось состоявшемся при любом количестве его участников.

Члены Общества платили ежегодные членские взносы, который в 1890 году составляли три рубля. Заплатив единовременно 50 рублей, можно было стать его пожизненным членом. Пожизненные члены от уплаты ежегодных членских взносов освобождались.

Общество состояло из действительных и почетных членов. Почетными членами Общества в разные годы избирались не только выдающиеся иностранные (К. Вейерштрасс, Ф. Клейн, С. Ли, А. Пуанкаре и другие) и иногородние (П.Л. Чебышев, А.Н. Коркин, Е.И. Золотарев, талантливый уральский математик-самоучка И.М. Первушин[90)] и другие ученые, но и довольно большое количество ученых Казанского университета (А.В. Васильев, Ф.М. Суворов, П.С. Назимов и другие).

В те годы Казанское Физико-математическое общество проводило большую работу по распространению физико-математических естественно-научных знаний среди населения, и поэтому пользовалось большой популярностью. С этой целью читались публичные лекции, издавались научно-популярные брошюры, на заседаниях Общества неоднократно обсуждались вопросы, связанные с преподаванием математики в средней школе. Работа общества широко освещалось в печати, на его заседаниях, которые проводились ежемесячно, принимали участие не только члены Общества, но и посторонние лица, жители города. Протоколы заседаний Общества велись регулярно и публиковались в виде отдельной книги (в библиотеке Казанского университета хранится 8 томов протоколов). Работа Общества регулярно и достаточно подробно освещалась в этих протоколах. По ним видно, что в среднем на заседаниях

[90)] Иван Михеевич Первушин (1827 – 1900) – священник и математик-самоучка. В 1852 году окончил Казанскую духовную академию. Первушин работал в области теории чисел. Ему принадлежат оригинальные работы по теории сравнений, о законе распределения простых чисел, по исследованию природы чисел вида $2^n \pm 1, 2^{2^n} \pm 1$. Работы Первушина высоко ценили академики П.Л. Чебышев, В.Я. Буняковский. В работе Казанского физико-математического общества Е.М. Первушин принимал активное участие. В дни празднования 100-летнего юбилею Н.И. Лоачевского он был избран почетным членом учредительного комитета по созданию капитала имени Лобачевского. Многие его работы опубликованы в Известиях физико-математического общества присутствовали 20 – 25 членов Общества и 10 – 15 посторонних лиц. Некоторые заседания собирали большие аудитории. Например, на 100-м заседании общества, состоявшемся 15 мая 1890 года, присутствовали 50 членов и около 400 посторонних лиц. Такое большое количество участников заседания объясняется тем, что оно было посвящено демонстрации фонографа, приобретенного в начале 1890 года казанскими инженерами Свидерским и Фирангом у американского изобретателя Т. Эдиссона. В начале заседания профессор физики и физической географии Казанского университета Д.М. Гольдгаммер рассказал об истории изобретения фонографа, объяснил принцип его действия. Потом Свидерский и Фиранг продемонстрировали действие фонографа. "После того, как фонографом при помощи рупора было воспроизведено для всей аудитории пение и звуки музыкальных инструментов, всем желающим было предоставлено поочередно слышать воспроизведение монологов и разговорной речи, с помощью каучуковых трубок, проведенных от фонографа"[91].

Одной их основных задач Общества являлась пропаганда научного наследия Н.И. Лобачевского. В двух томах (1883 и 1886 гг.) были изданы его геометрическое работы. Выше уже говорилось о проделанной Обществом под руководством А.В. Васильева работе по празднованию 100-летнего юбилея Н.И. Лобачевского и об учрежденной Обществом международной премии имени Лобачевского. Первое присуждение премии состоялось в 1897 году, на основании отзыва Ф. Клейна она была присуждена Софусу Ли за его работу по теории представлений групп, а автору отзыва Ф. Клейну была послана специальная золотая медаль, учрежденная по этому поводу. Премии регулярно вручались до 1912 года, далее в 1937 году состоялось еще одно, последнее, присуждение премии. Среди награжденных премией имени Лобачевского были такие выдающиеся математики, как Давид Гильберт, Эли Картан, Герман Вейль.

До 1890 года Секция физико-математических наук Общества естествоиспытателей выпускало ”Протоколы заседаний секции”, всего были изданы 8 томов, а с 1890 года уже Физико-математическое общество начало выпускать "Известия физико-математического общества при Казанском университете". Известия издавались до 1917 года, и всего было выпущены 22 тома. Был также налажен книгообмен со многими университетами и научными обществами, что способствовало росту авторитета Казанского физико-математического общества, а также привлекало внимание мировой научной общественности к Казанскому университету. В журнале публиковали свои работы такие выдающиеся математики, как Н.Е. Жуковский, А.А. Марков (ст.), В.Ф. Каган. П.С. Порецкий свои работы по математической логике, привлекшие внимание многих ученых того времени, работавших в этой области, также публиковал в этом

[91] Протоколы заседаний..., с. 344

журнале. Некоторые номера журнала представляли собой сборники переводов актуальных работ иностранных ученых.

Журнал освещал также деятельность Казанского физико-математического общества, в частности, в нем публиковались подробные отчеты о присуждении премии Лобачевского, а также речи лауреатов.

В подготовке научной молодежи большую роль сыграл **Научно-исследовательский институт математики и механики** (НИИММ), организованный в 1934 году по инициативе Н.Г. Чеботарева и при активном содействии со стороны Н.Н. Парфентьева и П.А. Широкова. Н.Г. был назначен первым директором Института и оставался им до конца своей жизни. После смерти Чеботарева Институту было присвоено его имя. Материальной базой при организации Института явился геометрический кабинет Казанского университета, созданный в 1910 году усилиями А.П. Котельникова, тогдашнего декана физико-математического факультета. А.П. Котельников принимал также деятельное участие в его оборудовании, в частности, организации его библиотеки, со временем ставшей одной из богатейших университетских библиотек физико-математической литературы. Библиотека, в частности, пополнялась за счет пожертвований. В нее поступали книги из собраний Ф.М. Суворова, П.С. Назимова, Н.Н. Парфентьева и других.

При организации НИИММ в нем были три математических отдела: алгебры (зав. отделом Н.Г. Чеботарев), геометрии (зав. отделом П.А. Широков) и математического анализа (зав. отделом Б.М. Гагаев). Кроме того, был организован отдел механики (зав. отделом Н.Н. Парфентьев).

В дальнейшем в связи с резким сокращением финансирования Института (1938 год), а в годы Великой Отечественной войны и полным прекращением его работы, в НИИММ почти не осталось штатных сотрудников, университетские математики вели в Институте научную работу на общественных началах. Практически исчезло и деление Института на отделы.

После смерти Н.Г. Чеботарева директором Института был назначен В.В. Морозов, который проработал в этой должности до 1954 года. В 1954 году его сменил крупный ученый-механик Г.Г. Тумашев. На эти годы приходится новый этап развития Института, связанный с проведением исследований по подземной гидромеханике, в частности, по гидромеханике нефтяного пласта. Усилия ученых Института концентрировались на решении актуальных задач, продиктованных запросами нефтяной промышленности в связи с открытием крупных нефтяных месторождений в нашей Республике. Стали актуальными задачи, связанные с рациональной разработкой нефтяных месторождений[92)].

[92)] Как пишет Г.Г. Тумашев в своих воспоминаниях, "к ученым города обратились Обком КПСС и Министерство нефтяной промышленности СССР с просьбой оказывать постоянную и эффективную помощь нефтедобывающим организациям рес-

Все это привело к тому, что, начиная с середины 1950-х годов, тематика Института в основном была сконцентрирована вокруг исследований оптимальной фильтрации нефти сквозь пористые среды. Активно развивалось новое научное направление – теория обратных краевых задач – с широкими приложениями в механике. В Институте практически прекратились исследования по фундаментальной математике. В эти годы в штате Института числился единственный математик этого направления – с. н. с. П.И. Петров, который изучал теорию инвариантов римановых пространств.

На 1960-е годы приходится новый этап развития Института – возрождение исследований в области фундаментальной математики. В 1960 году Р.Г. Бухараев организует в Институте отдел теории вычислений (позднее переименованный в отдел кибернетики) и становится его заведующим, а в 1961 году создается отдел теории вероятностей и математической статистики (зав. отделом А.В. Сульдин). Когда в 1977 году на базе механико-математического факультета был организован новый факультет вычислительной математики и кибернетики, подготовленные в этих отделах научные кадры составили основу новых кафедр, открытых на этом факультете: теоретической кибернетики, прикладной математики и теории вероятностей и математической статистики.

В 1968 году в Институте создается еще один математический отдел – краевых задач (зав. отделом Н.Б. Ильинский).

На 1990-е годы приходится очередной этап расширения математических исследований в Институте. В 1994 году отдел кибернетики реорганизуется в отдел алгебры и математической логики (зав. отделом М.М. Арсланов), а от отдела краевых задач отделяется отдел математического анализа (зав. отделом Ф.Г. Авхадиев). Наконец, в 1998 году воссоздается отдел геометрии (зав. отделом А.П. Широков).

НИИММ воспитал в своей аспирантуре таких ученых, как И.Д. Адо, Ф.Д. Гахов, Н.Н. Мейман, В.В. Морозов, Г.С. Салехов, С.Ф. Сайкин, А.В. Сульдин, Р.Г. Бухараев, Н.Б. Ильинский, А.Н. Шерстнев, И.Н. Володин. Впоследствии многие питомцы Института стали заведующими кафедрами в университете и вузах других городов и продолжили научную деятельность, начатую в Институте. Некоторые из них основали крупные научные школы, получившие мировую известность.

Как я уже писал, первым директором НИИММ был Н.Г. Чеботарев, который руководил Институтом до своей кончины в 1947 году. Далее Институтом руководили: с 1947 по 1954 гг. – В.В. Морозов; с 1954 по 1961 гг. – Г.Г. Тумашев; с 1961 по 1980 гг. – Б.Л. Лаптев; с 1980 по 1990 гг.

публики". – Г.Г. Тумашев. НИИММ в пятидесятые годы. Развитие исследований по механике". В кн.: Очерки истории НИИ математики и механики имени Н.Г. Чеботарева. – Казань: Изд-во КГУ, 1989. – С. 22-23

– Н.Б. Ильинский; с 1990 по 1994 гг. – А.В. Костерин; с 1994 года – А.М. Елизаров.

Подытоживая ретроспективный анализ развития математики в Казанском университете за первые полтора столетия его существования, нужно отметить, что в нем проводились исследования на самом высоком уровне практически по всем основным направлениям математической науки, и наш великий предшественник Николай Иванович Лобачевский стоит в начале почти всех этих исследований:

Геометрия: Н.И. Лобачевский, Д.М. Синцов, Ф.М. Суворов, А.П. Котельников, Д.Н. Зейлигер, П.А. Широков, А.П. Норден.

Математическая логика и основания математики: Н.И. Лобачевский, П.С. Порецкий, Н.А. Васильев.

Алгебра: Н.И. Лобачевский, П.С. Назимов, А.П. Котельников, Н.Г. Чеботарев, В.В. Морозов, И.Д. Адо, Н.Н. Мейман.

Анализ (теория функций, дифференциальные уравнения): Н.И. Лобачевский, В.Г. Имшенецкий, Д.М. Синцов, Ф.Д. Гахов, Б.М. Гагаев.

Вклад ученых Казанского университета в развитие математического образования в России

Уже с первых лет существования Казанского университета уровень преподавания в нем физико-математических дисциплин не уступал уровню лучших европейских университетов того времени. Во многом это произошло благодаря приглашению в 1807 году в Казанский университет видного немецкого математика Иоганна Мартина Христиана (Мартина Фёдоровича, как его звали в России) Бартельса (1769 – 1836), первого учителя, а впоследствии и друга К.Ф. Гаусса. Среди лучших преподавателей университета того времени были, кроме математика Бартельса, физик Франц Ксавер (Ксаверий Иванович) Броннер (1758 – 1850), астроном Иосиф Иоанн (Иосиф Антонович) Литтров (1781 – 1840), также приглашенные из-за границы для работы в Казанском университете. М.Ф. Бартельс переехал в Казань в 1808 году из Геттингенскиго университета и вел здесь преподавание математики до 1820 года. Во время своей двенадцатилетней педагогической деятельности в Казанском университете Бартельс читал лекции по высшей арифметике, дифференциальному и интегральному исчислениям, аналитическим геометрии и тригонометрии, сферической тригонометрии, аналитической механике, истории математики, а также по приложениям аналитических методов к геометрии, астрономии и математической географии. С 1814 года Бартельс бессменно, до своего отъезда из Казани в 1820 году, исполнял обязанности декана физико-математического отделения, будучи ежегодно избираем на эту должность. Летом 1820 года он получил от Дерптского университета приглашение занять в нем кафедру чистой и прикладной математики, освободившуюся после смерти Гута.

7 декабря 1836 года М.Ф. Бартельс скончался.

По рекомендации Бартельса из Геттингенского университета был приглашен также математик К.Ф. Реннер (1780 – 1816).

И.А. Литтров до переезда в Казань был профессором Краковского университета и директором тамошней обсерватории. В Казанском университете он работал в 1810 – 1816 годах и вел в нем преподавание астрономии, он же при поддержке попечителя Казанского учебного округа руководил завершением постройки университетской обсерватории. В 1816 году Литтров уезжает из России в Офен (Австрия), а с 1819 года до своей кончины в 1840 году работает директором Венской обсерватории. Его хорошо знал и как ученого высоко ценил Н.Х. Абель, который в письме от 29 марта 1826 года оправдывает свою поездку в Вену словами: ведь там же есть Литтров![93].

Среди студентов, слушавших лекции этих выдающихся ученых, был и Н.И. Лобачевский. Считается[94], что именно они привили Лобачевскому любовь к математике и способствовали формированию и развитию у него таланта ученого. По словам А.В. Васильева, "благодаря Бартельсу преподавание чистой математики в Казанском университете сразу стало на уровень, близко стоящий к преподаванию в лучших университетах Германии"[95].

Со своей стороны и Бартельс относил свое двенадцатилетнее пребывание в Казанском университете к лучшим в творческом отношении годам своей жизни. Уже после отъезда из Казани, работая в Дерптском университете Германии, он писал следующее: "К величайшей моей радости я встретил в Казани, несмотря на небольшое число студентов, необыкновенно много любви к изучению математических наук. В моих лекциях высшего анализа я мог рассчитывать по крайней мере на двадцать слушателей; понемногу составилась небольшая математическая школа, из которой вышло несколько дельных учителей для русских гимназий и университетов: они способствовали распространению математических наук в России".

Но первым преподавателем Н.И. Лобачевского по математике был Григорий Иванович Карташевский (1779 – 1840), питомец Московского университета. В 1799 году он был определен учителем математики в Казанскую гимназию, а после образования Казанского университета был

[93] И.Я. Депман. И.А. Литтров – учитель Н.И. Лобачевского". – В кн.: Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. – С. 111-122

[94] См., например, А.В. Васильев. Николай Иванович Лобачевский. – М.: Наука, 1992

[95] Там же, С. 19

назначен в него адъюнктом высшей математики (1805), где проработал до 1806 года. По воспоминаниям современников, Карташевский был всесторонне образованным человеком, пользовался любовью и уважением студентов университета и учащихся гимназии. Он был первым преподавателем Казанского университета, положившим краеугольный камень блестящему расцвету здесь математических знаний.

Г.И. Карташевский был первым учителем Н.И. Лобачевского и академика Д.М. Перевощикова еще по гимназии, заложившим в них первые основания математических знаний.

В своих воспоминаниях один из первых выпускников Казанского университета С.Т. Аксаков пишет о Карташевском следующее: "Григорий Иванович принадлежал к небольшому числу тех людей, нравственная высота которых встречается редко и которых вся жизнь – есть строгое проявление этой высоты".

В дальнейшем Г.И. Карташевский сделал блестящую карьеру государственного деятеля: в 1820-е годы он директор департамента иностранных исповеданий, в 1830-е годы – попечитель белорусского учебного округа. Скончался Карташевский в 1840 году в звании сенатора.

Мы уже видели, что среди выпускников физико-математического факультета Казанского университета того времени есть немало имен выдающихся ученых и деятелей науки, оставивших глубокий след в истории науки. Расскажем еще об одном из первых выпускников Казанского университета, начавшем здесь свою научную деятельность. Это выдающийся деятель Московского университета Дмитрий Матвеевич Перевощиков (1790 – 1880).

Д.М. Перевощиков получил среднее образование в Казанской гимназии вместе с Н.И. Лобачевским. По окончании гимназии он был зачислен студентом (так же, как Лобачевский) в только что открывшийся Казанский университет. По окончании университета Перевощиков несколько лет работает учителем математики и физики в Симбирской гимназии, а в 1813 году в Казанском университете за его работы "О всеобщем тяготении" и "Краткий курс сферической тригонометрии" присуждается ученое звание магистра физико-математических наук. С 1818 года Д.М. работает в Московском университете, в котором прошел путь от адъюнкта (1819) до профессора (1826) и ректора (1844).

Д.М. Перевощиков был одним из лучших и прогрессивных профессоров Московского университета того времени и пользовался искренней любовью и уважением студентов. Среди учеников Д.М. Перевощикова – А.И. Герцен, Н.Г. Чернышевский, оставившие слова благодарности и признания своему учителю. Н.Г. Чернышевский, например, писал: "Имя Д.М. Перевощикова пользуется у нас громкою известностью, вполне заслуженною, и если бы кто-нибудь из многочисленных почитателей почтенного русского математика составил полное и основательное обозрение его ученой деятельности, то нет сомнения, он этим исполнил бы желание всякого, интересующегося успехами наук в России"[96].

По уставу университета от 1804 года в нем в отделении физических и математических наук философского факультета было предусмотрено 9 кафедр, в том числе две математические: чистой и прикладной математики. Кафедра чистой математики открылась в 1805 году. Должность заведующего кафедрой оставалась вакантной до 1807 года, пока ее не занял только что приехавший из Германии профессор М.Ф. Бартельс. По уставу 1835 года эти две кафедры были объединены в одну кафедру чистой и прикладной математики и отнесены ко второму отделению философского факультета.

В 1850 году физико-математическое отделение философского факультета было реорганизовано в физико-математический факультет, его деканом был назначен А.Ф. Попов. Факультет состоял из двух разрядов – математических наук и естественных наук. Главными предметами разряда математических наук были определены: алгебраический анализ с аналитической геометрией и тригонометрией; дифференциальные, интегральные и вариационные исчисления; астрономия; геодезия; физика; физическая география и метеорология; механика твердых тел; механика жидких тел. Кроме того, были определены дополнительные предметы. К ним относились: минералогия и геогнозия; неорганическая химия; система растительного царства; система животного царства; архитектура; техническая химия; российские государственные законы; французский язык; логика и психология.

Поступающий на физико-математический факультет подвергался либо полному, либо сокращенному испытанию. Полному испытанию подвергались обучавшиеся в гимназиях и дворянских институтах, но не получившие аттестатов об окончании курса, а также обучавшиеся в других учебных заведениях или получившие домашнее воспитание. Они должны были сдавать: катехизис, русский язык и русскую словесность, латинский, греческий, немецкий и французский языки, историю, географию, математику, физику и естественную историю. Окончившие гимназию или дворянские институты с аттестатом подвергались сокращенному испытанию. Они сдавали математику, физику, естественную историю, русский и один из новейших языков. Лица, окончившие с отличием полный курс учения в гимназиях, от вступительных испытаний освобождались.

По уставу 1863 года на физико-математическом факультете было уже 12 кафедр, в том числе кафедры чистой математики и механики. Последняя состояла из двух отделений – аналитический механики и практической механики. На факультете обучались 82 студента. И наконец,

[96] Н.Г. Чернышевский. Полное собрание сочинений, Т. I. – 1906. – С. 227

по уставу 1884 года физико-математический факультет состоял из 10 кафедр, в том числе чистой математики и теоретической и практической механики.

Приведем полный список профессоров и преподавателей кафедры чистой математики Казанского университета за первые сто лет его существования[97]: Карташевский Г.И. (1805 – 1806), Бартельс (1807 – 1820), Никольский Г.Б. (1811 – 1814), Лобачевский Н.И. (1814 – 1846), Юферов Н.О. (1821 – 1830), Брашман Н.Д. (1825 – 1834), Мельников М.И. (1829 – 1854), Попов А.Ф. (1846 – 1866), Больцани И.А. (1854 – 1855)[98], Янишевский Э.П. (1855 – 1866), Имшенецкий В.Г. (1865 – 1871), Жбиковский А.К. (1868 – 1900), Суворов Ф.М. (1871 – 1911), Васильев А.В. (1874 – 1907), Максимович В.П. (1882 – 1887), Преображенский В.В. (1883 – 1887)[99], Блажевский Р.О. (1888 – не раньше 1900 года)[100], Назимов П.С. (1889 – 1901), Порфирьев Н.И. (1892 – 1930), Граве П.П. (1893 – 1898)[101], Синцов Д.М. (1894 – 1899), Некрасов В.Л. (1895 – 1900), Парфентьев Н.Н. (1904 – 1934), Котельников А.П. (1893 – 1900).

Как видно из этого списка, кафедра чистой математики в первые полстолетия своего существования была весьма немногочисленной. До 1811 года на ней работал всего один преподаватель – адъюнкт Г.И. Карташевский (до 1806 года), а с 1807 по 1811 годы – профессор М.Ф. Бартельс.

В 1811 году на кафедру принимается на должность адъюнкта ученик М.Ф. Бартельса Григорий Борисович Никольский (1775 – 1844). Он окончил в 1808 году Петербургский педагогический институт и был определен в Казанский университет магистром. После защиты в 1811 году под руководством Бартельса магистерской диссертации в том же году

[97] В скобках указаны годы работы на кафедре

[98] Физик. С 1855 года – на кафедре физики

[99] Владимир Васильевич Преображенский (1846 – ?) окончил (1868) Московский университет со степенью кандидата. В Казанском университете – с 1883 года. До 1887 года работал профессором кафедры чистой математики. В 1887 году был избран на должность экстраординарного профессора кафедры прикладной механики

[100] Ромуальд Осипович Блажевский (1834 – ?) работал в Казанском университете с 1888 года приват-доцентом чистой математики. В 1860 г. окончил Московский университет со степенью кандидата, ученик Н.Д. Брашмана. В 1887 г. в Париже защитил диссертацию на степень магистра

[101] Платон Платонович Граве (1867 – 1919) окончил математическое отделение физико-математического факультета Казанского университета в 1890 году и был оставлен при университете для приготовления к профессорскому званию. С 1893 года работал на кафедре чистой математики в должности приват-доцента, а после защиты в 1894 году магистерской диссертации "О геометрическом представлении эллиптических интегралов и функций" получил должность адъюнкта, после защиты в 1898 году докторской диссертации "О построении кривых третьей степени" – должность экстра-ординарного (1898) и ординарного (1901) профессора. В 1918 году П.П. Граве переехал в Воронеж и работал в местном университете, в 1918 – 1919 годах – ректор этого университета

начинает работать адъюнктом чистой математики. В 1814 году получает должность экстраординарного, а в 1817 году – ординарного профессора кафедры прикладной математики. В 1819 – 1820 годах Никольский занимал также должность директора Казанской гимназии, а в 1820 году становится ректором Казанского университета. Этот пост Г.Б. занимал до 1823 года. В 1823 году на должность ректора назначают К.Ф. Фукса, и Г.Б. Никольский становится директором университета (была и такая должность).

В 1814 году после перехода Г.Б. Никольского на кафедру прикладной математики на кафедру чистой математики на должность адъюнкта принимается Н.И. Лобачевский. Сотрудники кафедры прикладной математики читали механику, "математические части физики" и картографию, кроме того, они привлекались к чтению некоторых математических курсов. В 1814/1815 учебном году чтение математических курсов было разделено между Бартельсом, Никольским и Лобачевским. Н.И. Лобачевскому был поручен курс теории чисел по Гауссу и Лежандру. Как пишет А.К. Сушкевич, "это были первые по времени лекции по теории чисел в наших университетах"[102]. В последующие годы Н.И. читал лекции по алгебре, плоской и сферической тригонометрии, дифференциальному и интегральному исчислению (1818 – 1819) и теории чисел. Н.И. Лобачевский уже в 1816 г. получает должность экстраординарного, а в 1822 году – ординарного профессора. После отъезда в 1819 г. Симонова в двухлетнее антарктическое плавание Лобачевский начал читать лекции и по астрономии. В то же время ему было еще поручено чтение лекций по (опытной и теоретической) физике, а после отъезда в 1820 году Бартельса из Казани на кафедре чистой математики остается всего один сотрудник – ординарный профессор Н.И. Лобачевский, и преподавание всей "чистой математики" переходит к нему.

В 1821 году для преподавания алгебры и геометрию студентам врачебного факультета на кафедру принимают выпускника Казанского университета и ученика Н.И. Лобачевского Н.И. Юферова[103]. В 1821, 1822 и 1825 годах он преподавал также чистую и прикладную математику студентам математического отделения физико-математического факультета, из-за нехватки профессоров этих предметов. В 1825 году на должность адъюнкта принимают Н.Д. Брашмана, и чтение некоторых математических курсов (тригонометрия, аналитическая и начертательная геометрии, дифференциальное исчисление) переходит к нему. В 1829 году

[102] А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 248

[103] Николай Иосифович Юферов окончил в 1819 году физико-математический факультет Казанского университета. В 1822 году защитил магистерскую диссертацию и в том же году получил должность адъюнкта кафедры чистой математики, работал в этой должности до 1838 года. В 1838 году назначен инспектором Вятской гимназии

на кафедре появляется еще один ученик Н.И. Лобачевского – Михаил Иванович Мельников (1801 – 1885). Он окончил в 1829 году Казанский университет со степенью кандидата и в том же году был зачислен на кафедру чистой математики для преподавания курсов алгебры и начертательной геометрий, а с 1833 года – и теорию высших уравнений. В 1834 году, после ухода Н.Д. Брашмана ему поручают чтение курсов аналитической и начертательной геометрий, теории высших уравнений и дифференциального исчисления. В 1838 году он читает еще и курсы алгебраического анализа и теории чисел. По свидетельству его учеников, его лекции отличались ясностью изложения, последовательностью и строгостью доказательств[104]. В 1841 году Мельников защитил магистерскую диссертацию "Об интегрировании уравнений с частными производными второго порядка" и с тех пор до ухода в отставку в 1854 году работал на кафедре чистой математики адъюнктом[105].

В 1834 году Н.Д. Брашман переезжает в Московский университет, и кафедра снова оказывается в сложном положении. В то время кроме Н.И. Лобачевского на кафедре работают только Никольский и Мельников. В 1835 году Министерство Народного Просвещения направляет в Казанский университет в помощь Н.И. Лобачевскому из Дерптского профессорского института П.И. Котельникова. К нему переходят курсы алгебры и дифференциального исчисления, позднее он читал еще и лекции по механике, теории функций комплексного переменного, проективной геометрии и векторному исчислению. Современники отзывались о нем как о выдающемся лекторе и преподавателе.

В музее истории Казанского университета хранятся тетради Лобачевского, содержащие конспекты его лекций по алгебре, которые он читал студентам в 1822 – 1823 гг. [106] Условно содержание конспектов можно разбить на три части: 1) Непрерывные дроби; 2) Исследование (в основном вещественных) корней уравнения $f(x) = 0$, где f – многочлен с вещественными коэффициентами. 3) Симметрические функции и преобразование Чирнгаузена. Как предполагал В.В. Морозов, в качестве конечного результата своих исследований корней алгебраического уравнения $f(x) = 0$ Н.И. Лобачевский мог ожидать получение способа решения таких уравнений, и, по-видимому, работы Абеля, относящиеся к тем же годам, ему не были известны[107].

[104] А.В. Васильев. Николай Иванович Лобачевский. – М.: Наука, 1992. – С. 76

[105] После выхода в отставку М.И. Мельников занимается общественной деятельностью. В частности, он организовал в своем имении в Лаишевском уезде ремесленное училище для крестьян и содержал его за свой счет

[106] Подробный анализ этих тетрадей провел В.В. Морозов. См.: В.В. Морозов. Об алгебраических рукописях Лобачевского. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 230-234

[107] Выдающийся норвежский математик Нильс Хенрик Абель (1802 – 1829) доказал,

В 1834 гору Н.И. Лобачевский публикует большую монографию "Алгебра или вычисление конечных"[108], которая, по словам самого Лобачевского, может быть использована как для учителей гимназии в качестве руководства по алгебре, так и для студентов университета как учебный курс алгебры. Мы уже говорили, что эта книга, по словам А.К. Сушкевича[109] являлась одной из трех (наряду с монографиями М.В. Остроградского и И.И. Сомова) классических монографий по алгебре того времени. Книга содержит разработанный Лобачевским метод нахождения корней нелинейных алгебраических уравнений, предложенное Лобачевским оригинальное решение системы n линейных уравнений с n неизвестными, "с помощью выражений, являющихся по существу определителями, которые в то время еще не получили своего окончательного оформления"[110]. В книге подробно разбираются способы извлечения корней из единицы при помощи первообразных корней, рассматриваются способы решения неопределенных уравнений первой степени в целых числах, а также систем таких уравнений, когда количество неизвестных превышает количество уравнений. Книга Лобачевского также содержит оригинальный анализ фундаментальных законов арифметики целых и рациональных чисел. В докладе "Работы Н.И. Лобачевского по алгебре и анализу", прочитанном на заседании Комиссии по истории физико-математических наук 9 января 1949 года, профессор А.П. Юшкевич говорил, что "такого рода анализ производился примерно в то же время и позднее рядом ученых. Таким образом, в этом отношении Н.И. Лобачевский самостоятельно встал на путь реформы теоретической арифметики, предварительное завершение которой дано было лишь в конце XIX-го и начала XX-го веков"[111]. Эта книга Лобачевского "во многих своих частях является не учебником, а научным трудом, именно, первым во времени научным трудом русского ученого по алгебре, содержащим весьма значительные результаты"[112].

Оценивая уровни преподавания математики в Казанском и Москов-

что алгебраическое уравнение от одной переменной, степень которого выше четырех, в общем случае неразрешимо в радикалах, т. е. корни такого уравнения в общем случае нельзя выразить через его коэффициенты с помощью четырех арифметических операций и операции извлечения корня. Для уравнений не выше четвертой степени это можно сделать

[108] Алгебра или вычисление конечных. Сочинение Н.И. Лобачевского. – Казань, 1834. – 528 с.

[109] А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 265

[110] Там же, с. 265

[111] М. Радовский. В Комиссии по истории физико-математических наук// Успехи математических наук. – 1949. – Т. IV, Вып. 3(31). – С. 184-185

[112] А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 272

ском университетах того времени, профессор Московского университета С.А. Яновская и ее ученик И.И. Лихолетов в статье "Из истории преподавания математики в Московском университете (1804 – 1860)" пишут: "По сравнению с преподаванием в Казанском университете уровень преподавания чистой математики в Московском университете был все же низок. Для сравнения воспользуемся сведениями каталога лекций Казанского университета на 1833 – 1834 учебный год, из которого явствует, что в то время как в Московском университете математика все еще преподавалась по учебникам Франкера, в Казанском университете пользовались в числе других сочинениями Лагранжа, Коши и Монжа, читали вариационное исчисление и, главное, имели такого профессора, как Лобачевский. Лобачевский читал студентам 2-го курса интегральное исчисление, называя в качестве руководства учебник Кузена, и студентам 3-го курса вариационное исчисление по Лагранжу. Дифференциальное исчисление (по Леруа) и аналитическую геометрию (по Коши и Монжу) читал Брашман. Поставить преподавание чистой и прикладной математики в Московском университете на высоком теоретическом уровне, соответствующем состоянию науки своего времени, суждено было Н.Е. Зернову и Н.Д. Брашману, начавшим здесь работать почти в одно и то же время"[113)].

Этот высокий уровень преподавания математических дисциплин в Казанском университете поддерживался и в дальнейшем.

Высшую алгебру в 1840 – 1850-х годах читали профессора П.И. Котельников, А.Ф. Попов, в 1860-х годах – профессора Э.П. Янишевский и В.Г. Имшенецкий, а в 1880-х годах – профессор А.В. Васильев и приват-доцент А.К. Жбиковский.

Зраст Петрович Янишевский (1829 – 1906) окончил Казанский университет в 1859 году с золотой медалью и степенью кандидата, ученик Н.И. Лобачевского. В 1853 году защитил магистерскую диссертацию "Решение трансцендентных уравнений" и в 1855 году получил должность адъюнкта кафедры чистой математики. В 1865 году защитил докторскую диссертацию и получил должность ординарного профессора (с 1861 года – экстраординарный профессор). В 1871 году выступил в поддержку П.Ф. Лесгафта. Работу в Казанском университете Э.П. Янишевский сочетал с активной общественной деятельностью. В течение 10 лет, с 1871 по 1881 годы являлся казанским городской головой. Эрасту Петровичу принадлежат первые воспоминания о Н.И. Лобачевском (Историческая записка о жизни и деятельности Н.И. Лобачевского. – Казань, 1868).

О содержании курса алгебры того времени и об уровне его преподавания можно судить, например, по учебнику высшей алгебры Янишевского

[113)] В кн.: Историко-математические исследования. – М.: ГИТТЛ, 1955. – Вып. VIII. – С. 254

"Алгебраический анализ. Теория численных уравнений", изданной Казанским университетом в 1860 году и содержащей курс лекций его автора, и курсам лекций профессора А.В. Васильева "Алгебраический анализ. Теория буквенных уравнений в связи с теорией субституций" и "Теория деления круга" (обе книги изданы Казанским университетом в 1886 г.).

Книга Э.П. Янишевского содержит разделы об отделении корней алгебраического уравнения ("теория избытков"), метод Лобачевского нахождения корней нелинейных алгебраических уравнений[114)], а также способы решения численных алгебраических уравнений (способы Вьета, Ньютона с добавлением Лагранжа, Ролля – "способ каскад", Лагранжа – отделение корней и их вычисление при помощи непрерывных дробей, способ Фурье к решению трансцендентных уравнений – способ Фурье отделения корней). Про эту книгу Э.П. Янишевского А.К. Сушкевич пишет: "Этот небольшой по объему учебник высшей алгебры весьма интересен по своему содержанию; он свидетельствует о том, что в 1860-х годах преподавание высшей алгебры в Казанском университете стояло на высоком уровне; он интересен своими разделами ... и своими прибавлениями. Видно, что его автор, профессор Янишевский, сам интересовался способами вычисления корней алгебраических уравнений и хорошо знал иностранную литературу по этому вопросу, хотя собственных исследований в области алгебры и не оставил"[115)].

О книгах А.В. Васильева А.К. Сушкевич пишет: "Алгебраический курс проф. Васильева, читанный им в Казанском университете в середине 80-х годов XIX в., не был обычным начальным курсом высшей алгебры, который тогда читался на первых курсах университетов. Он представлял собой уже специальный курс, являющийся продолжением начального; но это еще не курс теории Галуа, а изложение результатов Лагранжа и Абеля, т. е. проблем, подводящих ... "вплотную" к теории Галуа, которая в то время еще не проникла полностью в университетское преподавание. ... Курсы (лекций) А.В. Васильева свидетельствуют, что в 80-х годах в наших университетах читались интересные специальные курсы по высшей алгебре, и это служило стимулом для специализации по алгебре части нашей тогдашней математической молодежи"[116)].

Преподавание высшей алгебры в 1890-х годах в Казанском универси-

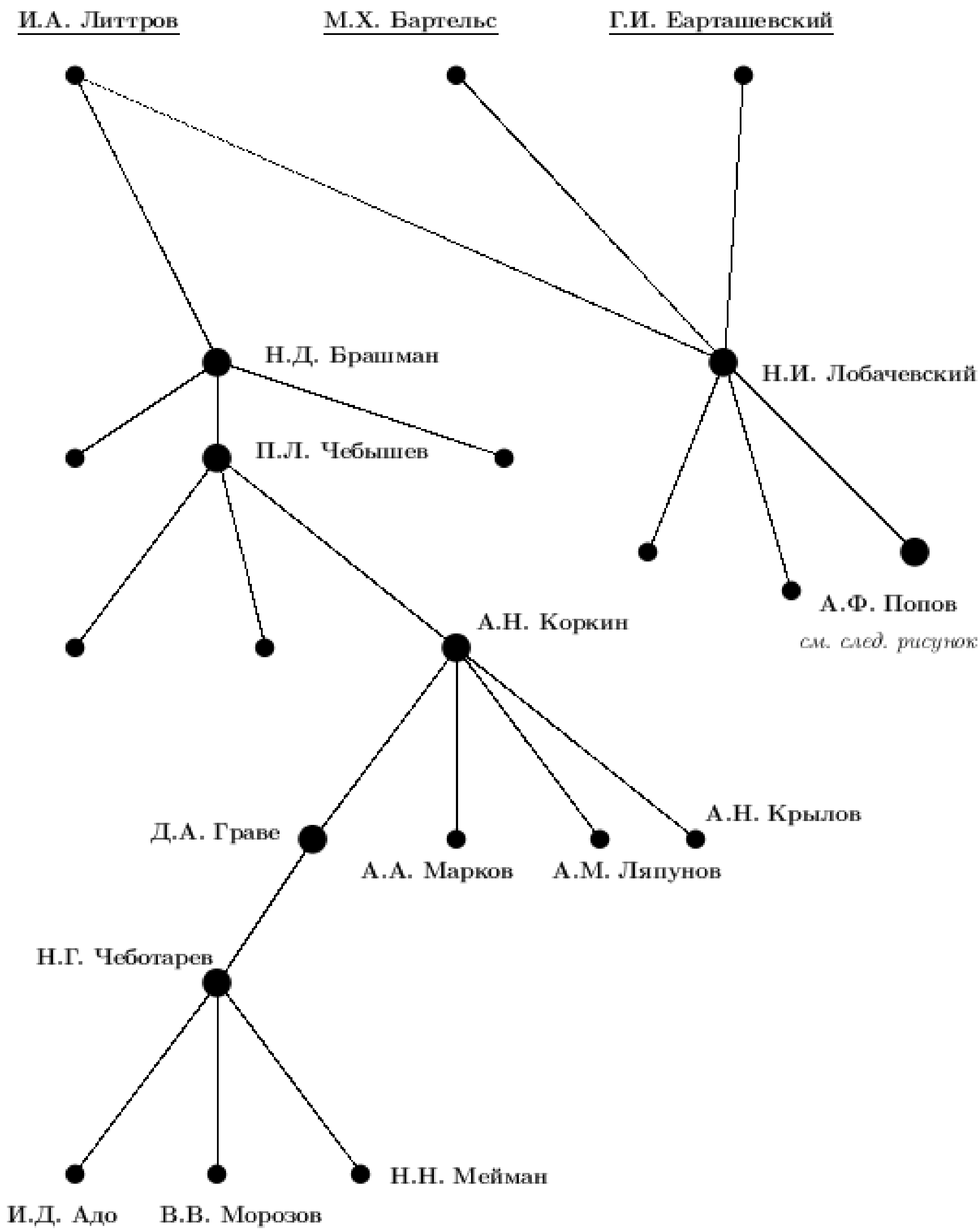
[114)] Странно, что этот метод автор называет методом Греффе, хотя, несомненно, монография Лобачевского "Алгебра или вычисление конечных" ему была хорошо известна: как пишет А.К. Сушкевич в цитированной работе, Э.П. Янишевский "в 1856 – 1857 гг. читал лекции по алгебраическому анализу, пользуясь алгебраическими сочинениями своего учителя"

[115)] А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 338-339

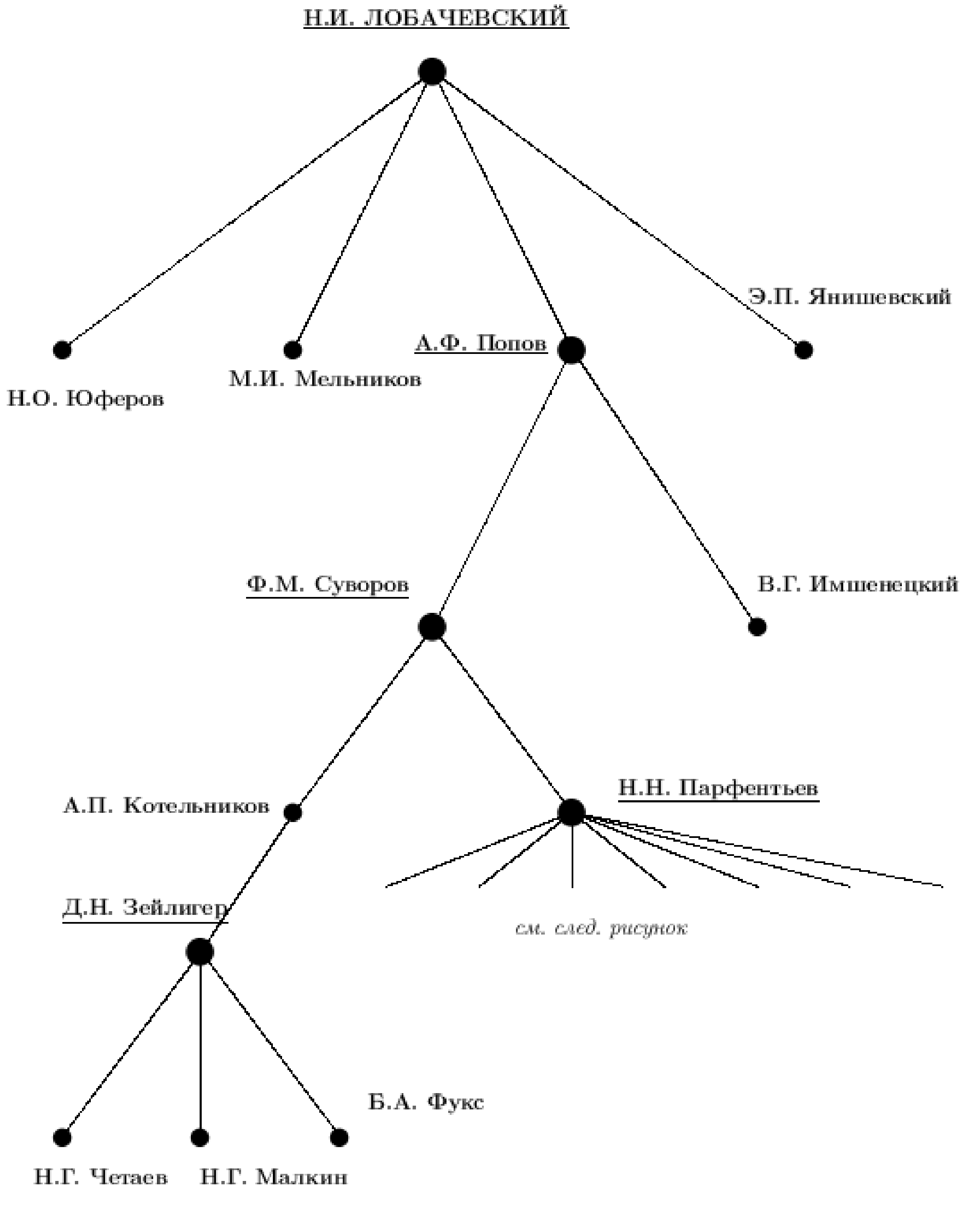
[116)] А.К. Сушкевич. Материалы к истории алгебры в России. – В кн.: Историко-математические исследования. – 1951. – Вып. IV. – С. 341-342 тете вели профессора П.С. Назимов, Д.М. Синцов, а в 1900-х – 1910-х годах – А.П. Котельников.

Эпиграфом к этой работе я привел слова выдающегося представителя московской школы математиков профессора В.В. Степанова[117]. Успехи математических школ Казанского университета, как и деятельность отдельных их представителей, этим словам яркое подтверждение. Высокий уровень научных исследований, проводимых нашими современниками в стенах Казанского университета, достигается во многом благодаря той благодатной среде, которая создана многими поколениями ученых нашего университета, вошедших и не вошедших в эту книгу.

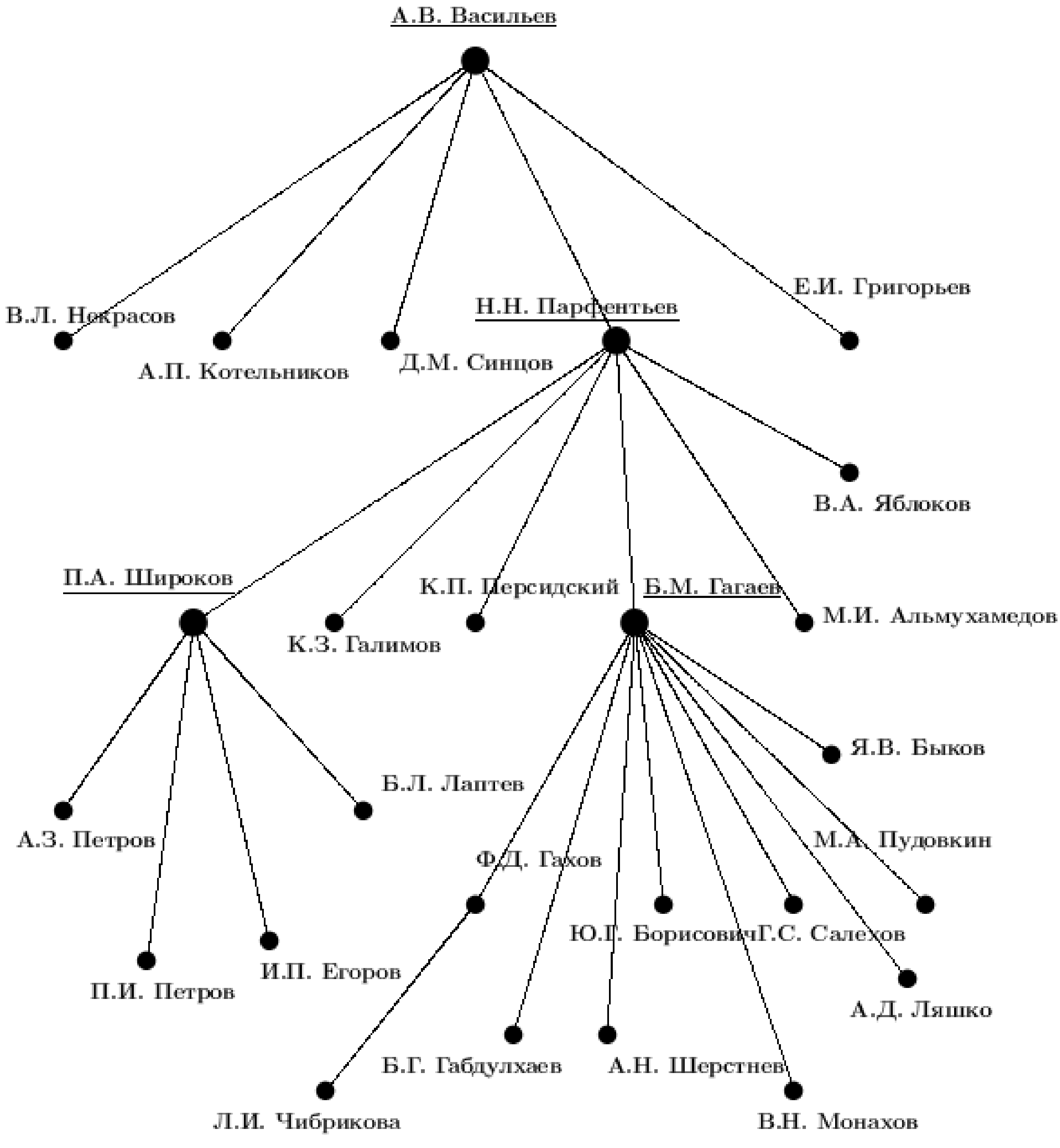
[117] В.В. Степанов. Московская школа теории функций// Ученые записки Московского государственного университета. – 1947. – Вып. 91. – С. 47



Развитие математики в Казанском университете



Дерево Н.И. Лобачевского



Дерево А.В. Васильева