

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Задачи по дискретной математике для  
контрольных и самостоятельных работ

Булевы функции

Издательство  
Казанского федерального университета  
2012

УДК 512.563.6

*Печатается по решению  
методической комиссии Института ВМиИТ  
Протокол № 6 от 16 февраля 2012 г.*

*кафедры системного анализа и информационных технологий  
Казанского (Приволжского) федерального университета  
Протокол №6 от 15 февраля 2012 г.*

*Составители:*

канд. физ.-мат. наук А.В. Васильев,  
докт. физ.-мат. наук, проф. Н.К. Замов,  
канд. физ.-мат. наук, доц. П.В. Пшеничный

*Рецензент*

канд. физ.-мат. наук, доц. Н.Н. Нурмеев

**Задачи по дискретной математике для контрольных и самостоятельных работ. Булевы функции:** Учебный практикум / А.В. Васильев, Н.К. Замов, П.В. Пшеничный. – 2-е изд., перераб. и доп. – Казань: Издательство Казанского федерального университета, 2012. – 57с.

Практикум предназначен для студентов, изучающих курс “Дискретная математика”, а также для преподавателей, ведущих практические занятия по данному курсу.

© Казанский федеральный университет, 2012

1. Выписать все пары соседних, противоположных и несравнимых наборов из множества  $A$ .

- 1.1.  $A = \{(01101), (11100), (11000), (00111), (11111)\}$
- 1.2.  $A = \{(01101), (01010), (10101), (01001), (11111)\}$
- 1.3.  $A = \{(11110), (00001), (00110), (11111), (01111)\}$
- 1.4.  $A = \{(11101), (00111), (01111), (01000), (10000)\}$
- 1.5.  $A = \{(00001), (01000), (01001), (00111), (10111)\}$
- 1.6.  $A = \{(01001), (11011), (01101), (10101), (00100)\}$
- 1.7.  $A = \{(10011), (10101), (01100), (11010), (00100)\}$
- 1.8.  $A = \{(00001), (10111), (10100), (11110), (01001)\}$
- 1.9.  $A = \{(00101), (10101), (01011), (10010), (10100)\}$
- 1.10.  $A = \{(11011), (10000), (11000), (00111), (10001)\}$
- 1.11.  $A = \{(10111), (01001), (01101), (11100), (00011)\}$
- 1.12.  $A = \{(01100), (10100), (11110), (10011), (00011)\}$
- 1.13.  $A = \{(00000), (11011), (10111), (01010), (00100)\}$
- 1.14.  $A = \{(01011), (00011), (11101), (11111), (00010)\}$
- 1.15.  $A = \{(11000), (00111), (01111), (01100), (01011)\}$
- 1.16.  $A = \{(00010), (11011), (01010), (00000), (11101)\}$
- 1.17.  $A = \{(10110), (00001), (00011), (10111), (11110)\}$
- 1.18.  $A = \{(01100), (10011), (11010), (01011), (01000)\}$
- 1.19.  $A = \{(10011), (01100), (01001), (11101), (01011)\}$
- 1.20.  $A = \{(00100), (01000), (10111), (11000), (11111)\}$
- 1.21.  $A = \{(01011), (10100), (01111), (10110), (10000)\}$
- 1.22.  $A = \{(10110), (11100), (01000), (00111), (10111)\}$
- 1.23.  $A = \{(00111), (10011), (00100), (11000), (01100)\}$
- 1.24.  $A = \{(00010), (00011), (10001), (11100), (10010)\}$
- 1.25.  $A = \{(01010), (11110), (00000), (01111), (00001)\}$
- 1.26.  $A = \{(11010), (10010), (10001), (01101), (11000)\}$
- 1.27.  $A = \{(11100), (11001), (01011), (10100), (11110)\}$
- 1.28.  $A = \{(11100), (00001), (10110), (00011), (10011)\}$
- 1.29.  $A = \{(10010), (11000), (01000), (00101), (11010)\}$
- 1.30.  $A = \{(10010), (00001), (11001), (01101), (01111)\}$

2. Выписать все пары соседних, противоположных и несравнимых наборов из множества  $A$ .

- 2.1.  $A = \{(10001), (10101), (01010), (11011), (00000), (01110), (11001), (00011)\}$
- 2.2.  $A = \{(11101), (00010), (10111), (00110), (10001), (01111), (00001), (00101)\}$
- 2.3.  $A = \{(11110), (00010), (00100), (10111), (00110), (01000), (01110), (10011)\}$
- 2.4.  $A = \{(00010), (11010), (01001), (10000), (10010), (11110), (11011), (00001)\}$
- 2.5.  $A = \{(11001), (10100), (10011), (10110), (01000), (11010), (00100), (10111)\}$
- 2.6.  $A = \{(00100), (01111), (10101), (10111), (10010), (01101), (01110), (11001)\}$
- 2.7.  $A = \{(01110), (10100), (00001), (11000), (00000), (10111), (10001), (11100)\}$
- 2.8.  $A = \{(10100), (11100), (01011), (00001), (11000), (10110), (10011), (00000)\}$
- 2.9.  $A = \{(11101), (01101), (00011), (11100), (11110), (01010), (01011), (00111)\}$
- 2.10.  $A = \{(00110), (11100), (00111), (10000), (10111), (01000), (10101), (00100)\}$
- 2.11.  $A = \{(10000), (01111), (10100), (10110), (01010), (10011), (11010), (10111)\}$
- 2.12.  $A = \{(00101), (01100), (01111), (00011), (11111), (11100), (11010), (01110)\}$
- 2.13.  $A = \{(10110), (11111), (01000), (01001), (00001), (11101), (11001), (00011)\}$
- 2.14.  $A = \{(11111), (01100), (10110), (10011), (00100), (01000), (10101), (11010)\}$
- 2.15.  $A = \{(00101), (01000), (11111), (11001), (01011), (10100), (01111), (11000)\}$
- 2.16.  $A = \{(10011), (10010), (11011), (10000), (00000), (11001), (11111), (01011)\}$
- 2.17.  $A = \{(11110), (11011), (10101), (01110), (10001), (01101), (11101), (00100)\}$
- 2.18.  $A = \{(10111), (01110), (11000), (01010), (11100), (00000), (00111), (00101)\}$
- 2.19.  $A = \{(00111), (11010), (00001), (11110), (11100), (11111), (00010), (00000)\}$
- 2.20.  $A = \{(01011), (11100), (01000), (10101), (10111), (01101), (01111), (00111)\}$
- 2.21.  $A = \{(01010), (01110), (10111), (10100), (11101), (10101), (00010), (11100)\}$
- 2.22.  $A = \{(01001), (11010), (11100), (00010), (11101), (00001), (11110), (00111)\}$
- 2.23.  $A = \{(01011), (11110), (01000), (01110), (10100), (00010), (01001), (00111)\}$
- 2.24.  $A = \{(00000), (00111), (10111), (11110), (10001), (01110), (01101), (11100)\}$
- 2.25.  $A = \{(01000), (10111), (00111), (00000), (11100), (11111), (00011), (11000)\}$
- 2.26.  $A = \{(11000), (11010), (00010), (10010), (11101), (01101), (00101), (10110)\}$
- 2.27.  $A = \{(00100), (01010), (10001), (01100), (00011), (10111), (11100), (01011)\}$
- 2.28.  $A = \{(01000), (00011), (11110), (11101), (01111), (10000), (01001), (00001)\}$
- 2.29.  $A = \{(10010), (01101), (11101), (11111), (01000), (01111), (01011), (01010)\}$
- 2.30.  $A = \{(10011), (10000), (01011), (10110), (01000), (01001), (01101), (11100)\}$

3. Построить таблицу функции от 4 переменных, которая равна 1 на наборах вида  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ , где

3.1.  $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \alpha_4$

3.2.  $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \oplus \alpha_4$

3.3.  $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \sim \alpha_4$

3.4.  $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$

3.5.  $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$

3.6.  $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$

3.7.  $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_3 \oplus \alpha_4$

3.8.  $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_3 \sim \alpha_4$

3.9.  $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$

3.10.  $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$

3.11.  $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$

3.12.  $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \sim \alpha_4$

3.13.  $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$

3.14.  $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$

3.15.  $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$

3.16.  $\alpha_1 \sim \alpha_2 = \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$

3.17.  $\alpha_1 \sim \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$

3.18.  $\alpha_1 \sim \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$

3.19.  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$

3.20.  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$

3.21.  $\alpha_1 \mid \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$

3.22.  $\alpha_1 \vee \alpha_2 > \alpha_3 \alpha_4$

3.23.  $\alpha_1 \oplus \alpha_2 > \alpha_3 \mid \alpha_4$

3.24.  $\alpha_1 \sim \alpha_2 > \alpha_3 \downarrow \alpha_4$

3.25.  $\alpha_1 \mid \alpha_2 > \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$

3.26.  $\alpha_1 \alpha_2 > \alpha_3 \sim \alpha_4$

3.27.  $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \geq \alpha_3 \alpha_4$

3.28.  $\alpha_1 \oplus \alpha_2 \geq \alpha_3 \vee \alpha_4$

3.29.  $\alpha_1 \mid \alpha_2 \geq \alpha_3 \sim \alpha_4$

3.30.  $\alpha_1 \downarrow \alpha_2 \geq \alpha_3 \oplus \alpha_4$

4. По таблице для функции  $f(x, y, z)$  построить таблицу для функции  $f(z, x, y)$ .

4.1.  $f(x, y, z) = (01000111)$

4.2.  $f(x, y, z) = (00101011)$

4.3.  $f(x, y, z) = (11001101)$

4.4.  $f(x, y, z) = (00000100)$

4.5.  $f(x, y, z) = (11101100)$

4.6.  $f(x, y, z) = (11010010)$

4.7.  $f(x, y, z) = (11001000)$

4.8.  $f(x, y, z) = (01111001)$

4.9.  $f(x, y, z) = (11011110)$

4.10.  $f(x, y, z) = (01111100)$

4.11.  $f(x, y, z) = (00001011)$

4.12.  $f(x, y, z) = (01111111)$

4.13.  $f(x, y, z) = (01100111)$

4.14.  $f(x, y, z) = (11011101)$

4.15.  $f(x, y, z) = (10001001)$

4.16.  $f(x, y, z) = (00000111)$

4.17.  $f(x, y, z) = (10001110)$

4.18.  $f(x, y, z) = (10010101)$

4.19.  $f(x, y, z) = (10000110)$

4.20.  $f(x, y, z) = (00000010)$

4.21.  $f(x, y, z) = (00001111)$

4.22.  $f(x, y, z) = (11010111)$

4.23.  $f(x, y, z) = (11010000)$

4.24.  $f(x, y, z) = (11101010)$

4.25.  $f(x, y, z) = (11011011)$

4.26.  $f(x, y, z) = (01110101)$

4.27.  $f(x, y, z) = (11110010)$

4.28.  $f(x, y, z) = (01010000)$

4.29.  $f(x, y, z) = (10000010)$

4.30.  $f(x, y, z) = (11010101)$

5. По функциям  $f$  и  $g$ , заданным векторно, построить векторное представление функции  $h$ .

- 5.1.  $f = (0001), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, g(x_1, x_3)) \vee g(x_2, x_3)$
- 5.2.  $f = (0111), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(g(x_1, x_2), x_1) \& g(x_1, x_3)$
- 5.3.  $f = (1001), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2) \oplus g(f(x_1, x_1), x_3)$
- 5.4.  $f = (0110), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_3) \sim g(x_2, f(x_1, x_1))$
- 5.5.  $f = (1110), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, f(x_1, x_1)) \rightarrow g(x_2, x_3)$
- 5.6.  $f = (1000), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(f(x_2, x_2), x_1) \downarrow g(x_2, x_3)$
- 5.7.  $f = (1011), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_3) \mid g(g(x_2, x_3), x_3)$
- 5.8.  $f = (0010), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_1) \vee g(x_2, g(x_3, x_3))$
- 5.9.  $f = (0100), g = (1101), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, g(x_2, x_1)) \& g(x_2, x_2)$
- 5.10.  $f = (0001), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(g(x_2, x_3), x_1) \oplus g(x_1, x_2)$
- 5.11.  $f = (0111), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_1) \rightarrow g(f(x_2, x_3), x_1)$
- 5.12.  $f = (1001), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, f(x_3, x_2)) \downarrow g(x_1, x_3)$
- 5.13.  $f = (0110), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(f(x_1, x_3), x_3) \mid g(x_3, x_2)$
- 5.14.  $f = (1000), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, x_1) \vee g(g(x_1, x_1), x_3)$
- 5.15.  $f = (0010), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_3) \& g(x_3, g(x_1, x_2))$
- 5.16.  $f = (1110), g = (0100), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, g(x_3, x_2)) \oplus g(x_3, x_1)$
- 5.17.  $f = (0111), g = (1110), h(x_1, x_2, x_3) = f(g(x_3, x_1), x_2) \sim g(x_2, x_1)$
- 5.18.  $f = (1001), g = (1110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, f(x_2, x_3)) \rightarrow g(x_3, x_1)$
- 5.19.  $f = (0110), g = (1110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, x_3) \downarrow g(f(x_3, x_2), x_1)$
- 5.20.  $f = (1000), g = (1110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_1) \mid g(g(x_3, x_3), x_2)$
- 5.21.  $f = (0001), g = (1110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, g(x_1, x_1)) \vee g(x_2, x_3)$
- 5.22.  $f = (0010), g = (1110), h(x_1, x_2, x_3) = f(f(x_2, x_1), x_3) \& g(x_1, x_1)$
- 5.23.  $f = (0001), g = (0110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2) \oplus g(x_3, g(x_3, x_3))$
- 5.24.  $f = (0111), g = (0110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, g(x_2, x_3)) \sim g(x_1, x_2)$
- 5.25.  $f = (1110), g = (0110), h(x_1, x_2, x_3) = f(g(x_1, x_2), x_3) \rightarrow g(x_3, x_2)$
- 5.26.  $f = (1000), g = (0110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, f(x_3, x_1)) \downarrow g(x_1, x_2)$
- 5.27.  $f = (0010), g = (0110), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, x_1) \mid g(f(x_1, x_3), x_2)$
- 5.28.  $f = (0001), g = (1001), h(x_1, x_2, x_3) = f(f(x_3, x_2), x_1) \vee g(x_2, x_2)$
- 5.29.  $f = (0111), g = (1001), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, x_3) \oplus g(x_1, g(x_1, x_1))$
- 5.30.  $f = (1000), g = (1001), h(x_1, x_2, x_3) = f(x_3, g(x_3, x_1)) \sim g(x_2, x_3)$

6. Построить таблицу функции, заданной формулой.

6.1.  $((x_1 | x_2) | x_3) \rightarrow x_1$

6.2.  $(x_1 | x_2) \vee x_2x_3$

6.3.  $((x_1 \oplus x_2) \sim x_2) | x_3$

6.4.  $x_1 \vee (x_2x_3 \oplus x_1)$

6.5.  $x_1 \downarrow (x_2 \downarrow (x_2 | x_3))$

6.6.  $((x_1 \oplus x_2) | x_1)x_3$

6.7.  $(x_1 \sim x_2) \vee (x_3 \downarrow x_2)$

6.8.  $((x_1 \vee x_2) \sim x_2) \oplus x_3$

6.9.  $x_1 \vee (x_2 \downarrow x_1x_3)$

6.10.  $(x_1 \vee x_2) \sim (x_3 \downarrow x_1)$

6.11.  $(x_1 \oplus x_2) \downarrow (x_3 \vee x_1)$

6.12.  $(x_1 | x_2x_3)x_1$

6.13.  $(x_1 \rightarrow x_2) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$

6.14.  $x_1(x_1 \downarrow x_2)x_3$

6.15.  $x_1 \sim ((x_2 | x_3) \oplus x_1)$

6.16.  $x_1 | (x_2x_3 \oplus x_3)$

6.17.  $x_1 \downarrow ((x_2 \sim x_3) \downarrow x_1)$

6.18.  $(x_1 \sim (x_2 \downarrow x_3)) \oplus x_1$

6.19.  $x_1 \sim x_2x_3 \sim x_3$

6.20.  $x_1 \vee x_2(x_1 \sim x_3)$

6.21.  $(x_1 \downarrow x_2)(x_2 \rightarrow x_3)$

6.22.  $x_1 | (x_2x_1 \sim x_3)$

6.23.  $(x_1 \downarrow x_2)(x_2 \downarrow x_3)$

6.24.  $x_1 | ((x_2 \sim x_3) \oplus x_3)$

6.25.  $(x_1 | x_2) \sim (x_2 \downarrow x_3)$

6.26.  $x_1 \rightarrow ((x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3)$

6.27.  $(x_1 \vee (x_1 \downarrow x_2)) | x_3$

6.28.  $(x_1 | x_2) | (x_3 \rightarrow x_2)$

6.29.  $(x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3)) \vee x_2$

6.30.  $((x_1 | x_2) \oplus x_3)x_1$

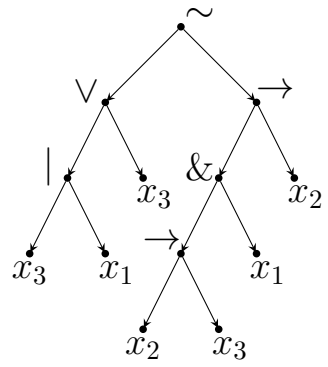


7. Построить диаграмму, характеризующую строение формулы над множеством  $\Phi = \{-, \&, \vee, \oplus, \sim, \rightarrow, |, \downarrow\}$ . Указание: в случае ассоциативных операций применять группировку влево.

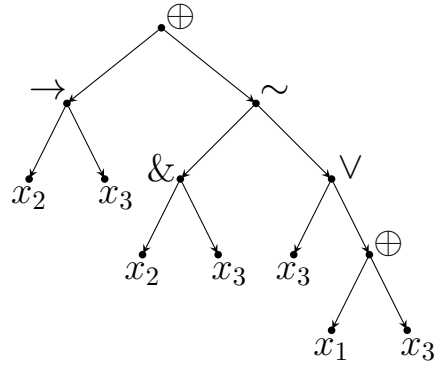
- 7.1.  $((x_2 \downarrow x_3) \rightarrow x_1) | ((x_3 x_1) \oplus \overline{x_1 x_3})$
- 7.2.  $((x_1 x_2) \vee x_1) \downarrow (x_2 \rightarrow x_3) \sim (x_3 x_2)$
- 7.3.  $(x_3 x_1) \sim (x_3 \vee x_2) \sim (x_3 | (x_3 \downarrow x_1))$
- 7.4.  $(x_1 \vee x_2) \oplus (((x_1 x_2) \vee x_2) | (x_2 \sim x_1))$
- 7.5.  $((x_2 x_3) \sim x_3) \rightarrow ((x_2 \sim x_1) \rightarrow \overline{x_1 \vee x_2})$
- 7.6.  $((x_1 \oplus (x_3 \downarrow x_1)) \downarrow (x_1 \oplus x_3))(x_1 | x_2)$
- 7.7.  $((x_3 \oplus x_2 \oplus x_3) | (x_1 \sim x_2)) | (x_3 \downarrow x_1)$
- 7.8.  $\overline{x_2 x_1}(((x_3 \oplus x_2) | x_2) \downarrow (x_3 \downarrow x_1))$
- 7.9.  $x_2(x_3 | x_2)(x_1 \oplus (x_2 \sim x_3) \oplus x_2)$
- 7.10.  $((x_3 \oplus x_2) \rightarrow x_1) \sim ((x_3 | x_2) | x_3) \vee x_2$
- 7.11.  $\overline{x_3 \sim x_1} \oplus ((x_2 \sim x_3)(x_3 \oplus (x_2 \sim x_3)))$
- 7.12.  $(\overline{x_3 x_1} \vee x_2) \sim (((x_2 \sim x_1) \downarrow x_3) \oplus x_3)$
- 7.13.  $(x_2 \sim (x_2 | (x_1 \vee x_3))) | ((x_2 \downarrow x_1) \sim x_1)$
- 7.14.  $(x_3 \rightarrow x_1) \oplus ((x_1 \downarrow x_2) | ((x_1 \rightarrow x_3) | x_3))$
- 7.15.  $\overline{(x_2 x_3 x_2)} \sim ((x_2 \sim x_3) \oplus (x_1 \rightarrow x_3))$
- 7.16.  $((x_1 \oplus (x_2 \sim x_3)) | \overline{x_1 \sim x_2}) \sim (x_1 \vee x_2)$
- 7.17.  $(x_1 \sim x_2 \sim (x_2 \oplus (x_2 x_1))) | (x_2 | x_3)$
- 7.18.  $((x_2 \vee x_3)x_3) \vee x_2 \rightarrow (x_1 \vee (x_2 \sim x_3))$
- 7.19.  $((x_3 \vee x_1)(x_1 | (x_2 \sim x_3))) \sim (x_3 | x_1)$
- 7.20.  $((x_3 \sim x_2) \downarrow x_3)x_2 \oplus (x_1 \downarrow (x_2 \downarrow x_3))$
- 7.21.  $\overline{((x_2 \downarrow x_3) \downarrow x_1) | ((x_2 | x_1) \downarrow (x_2 \oplus x_3))}$
- 7.22.  $(x_2 \sim x_3 \sim x_1) \rightarrow \overline{(x_1 \vee x_3) | (x_1 \oplus x_2)}$
- 7.23.  $((x_3 | x_1)x_1) \rightarrow (x_3 \downarrow x_1) \sim (x_3 \downarrow x_2)$
- 7.24.  $((x_3 \sim x_1) \downarrow x_3) | ((x_3 \rightarrow (x_3 \oplus x_2)) | x_3)$
- 7.25.  $x_1 | (((x_2 \oplus x_3) \sim (x_1 \downarrow x_2)) \oplus (x_3 \downarrow x_1))$
- 7.26.  $\overline{x_1((x_2 \rightarrow x_1) \sim x_3)} \downarrow (x_1 \downarrow (x_3 | x_1))$
- 7.27.  $\overline{x_2 | x_1} \downarrow ((x_2 \oplus x_3) \vee ((x_3 x_1) \rightarrow x_1))$
- 7.28.  $\overline{(x_1 \rightarrow x_3)x_2} \rightarrow (x_2 \rightarrow (x_3 \rightarrow (x_3 | x_2)))$
- 7.29.  $((x_2 \oplus x_3) \vee x_1) \oplus (x_1 \rightarrow ((x_3 \oplus x_1)x_2))$
- 7.30.  $((x_3 \downarrow (x_3 \oplus x_2)) \rightarrow (x_1 \vee x_3)) \downarrow (x_2 \sim x_1)$

8. По диаграмме восстановить формулу.

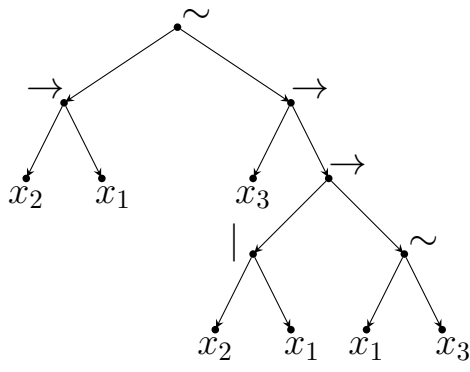
8.1.



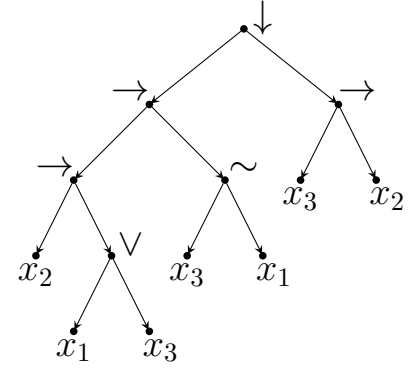
8.5.



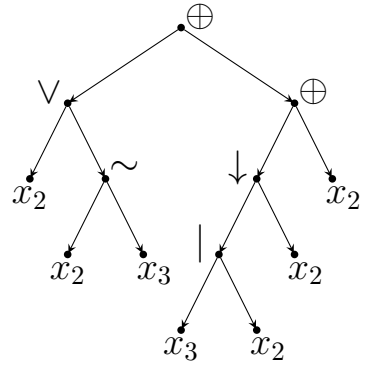
8.2.



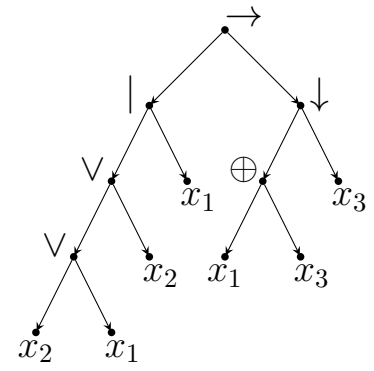
8.6.



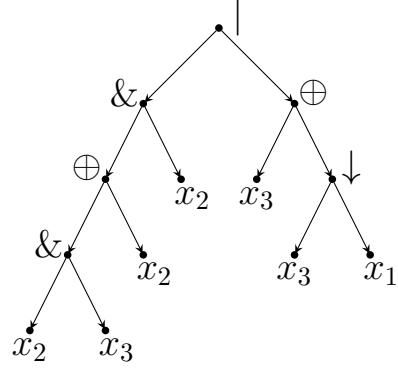
8.3.



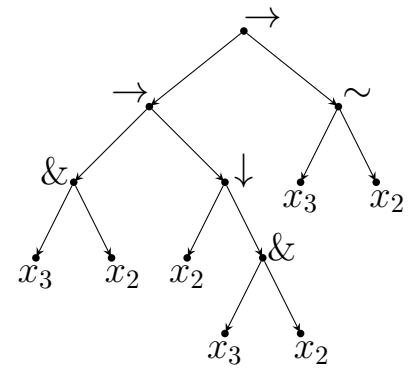
8.7.



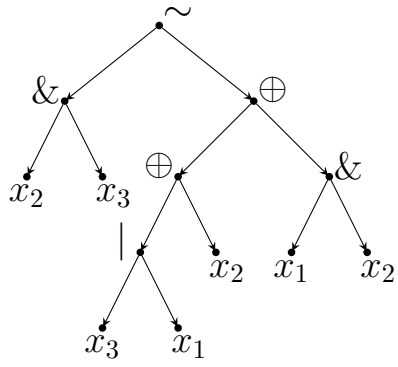
8.4.



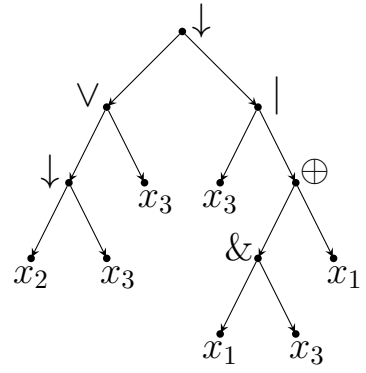
8.8.



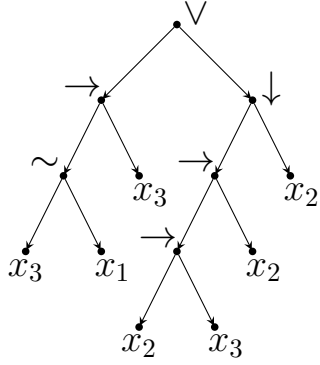
8.9.



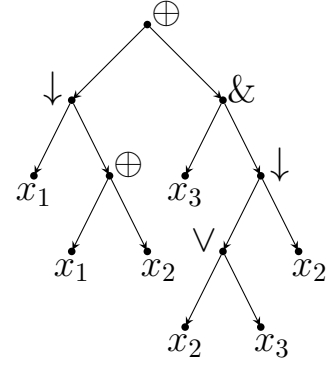
8.14.



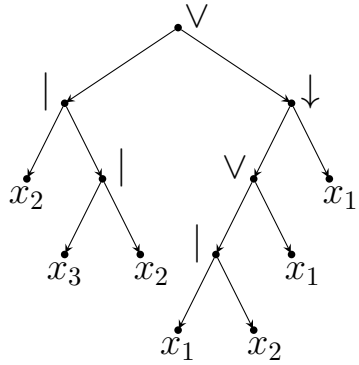
8.10.



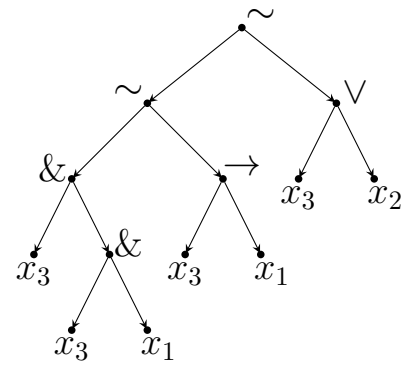
8.15.



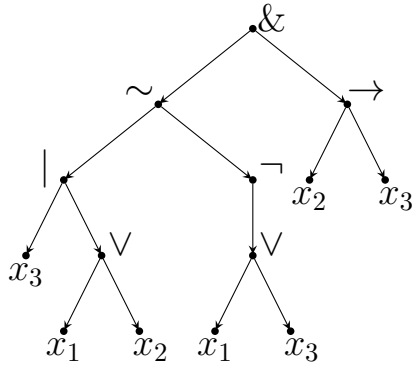
8.11.



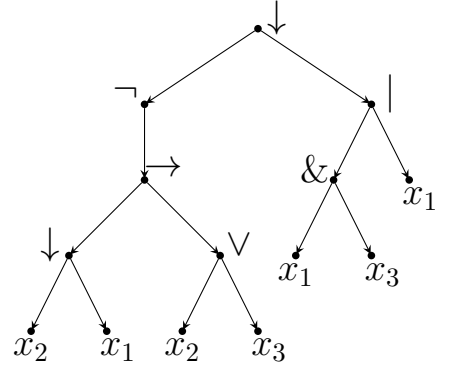
8.16.



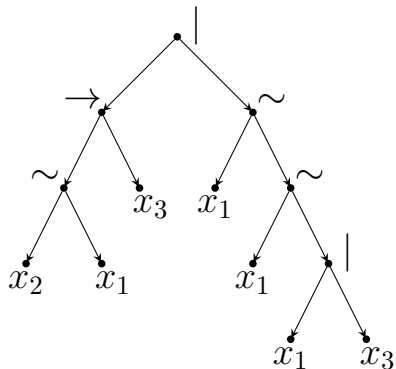
8.12.



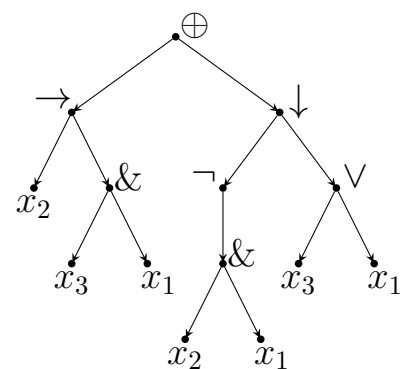
8.17.

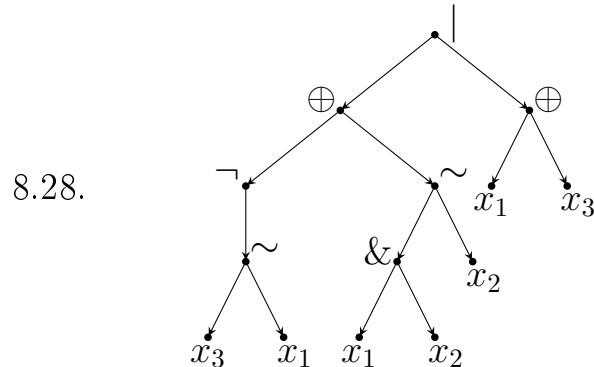
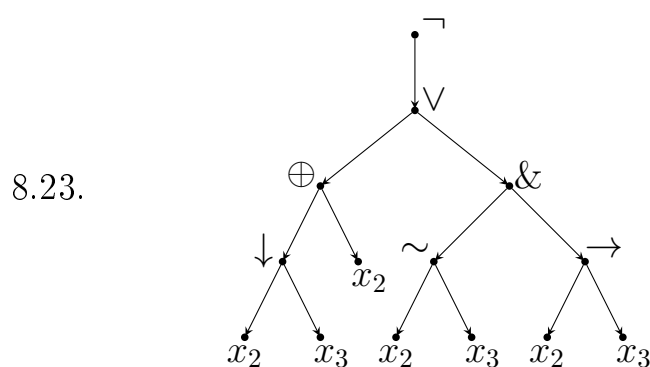
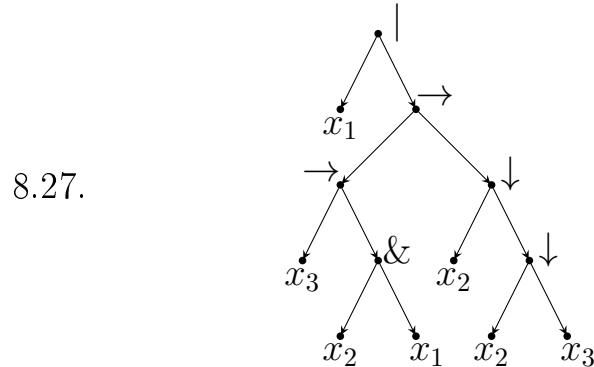
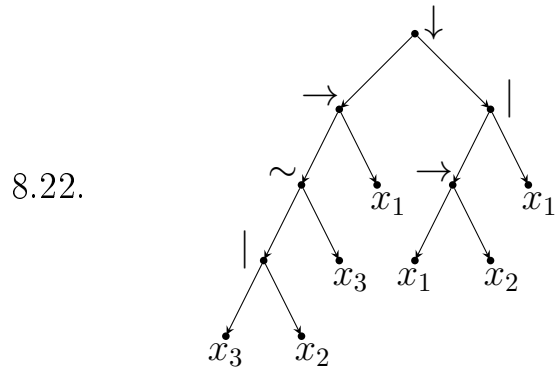
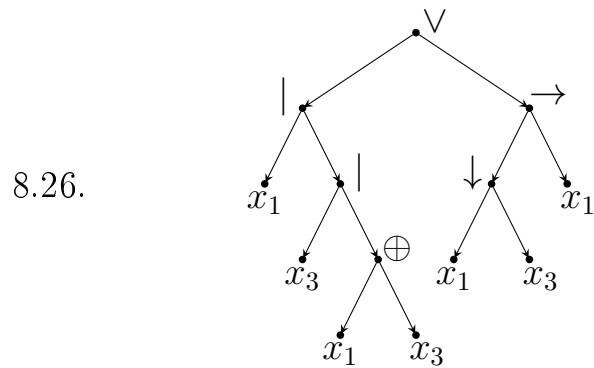
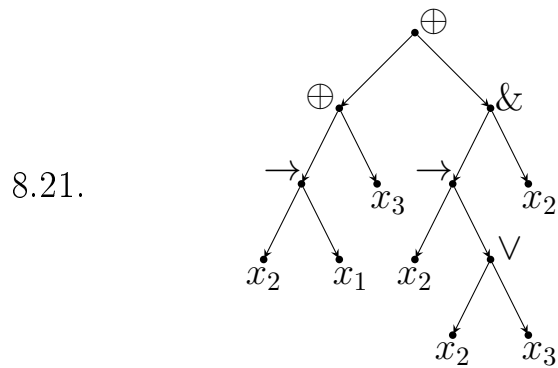
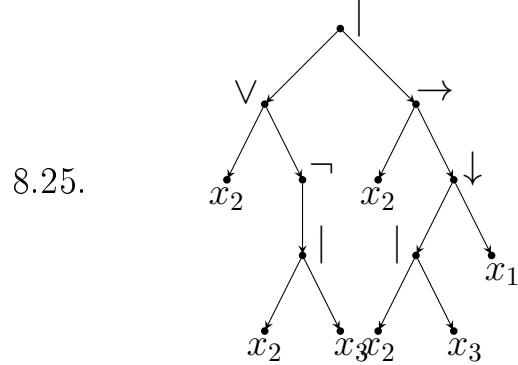
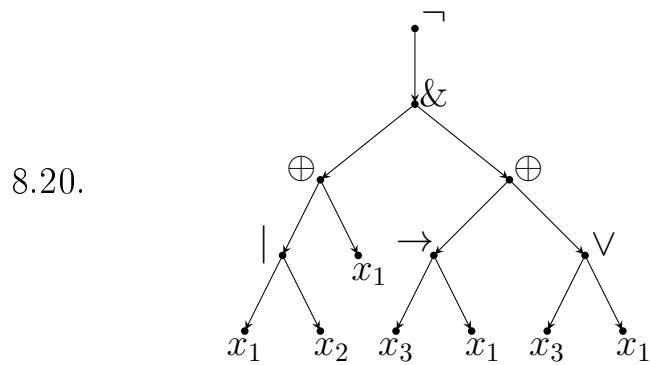
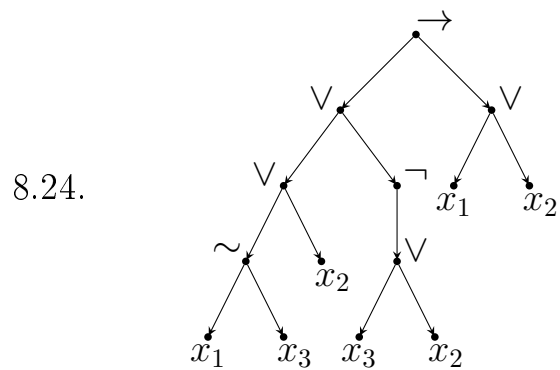
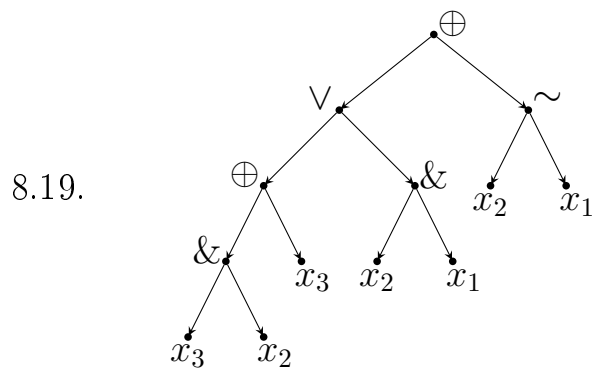


8.13.

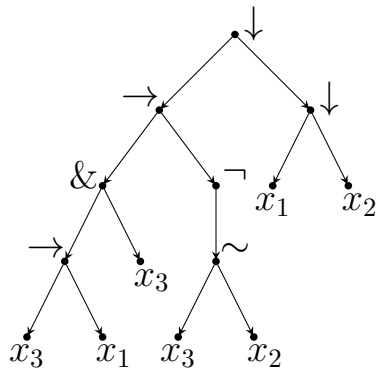


8.18.

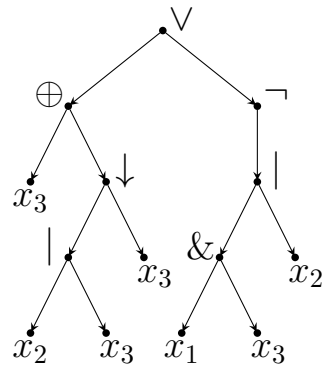




8.29.



8.30.



9. Проверить эквивалентность формул  $\Phi$  и  $\Psi$ , построив таблицы.

- 9.1.  $\Phi = x_1(x_2 \vee x_3)$ ,  $\Psi = x_1x_2 \vee x_1x_3$
- 9.2.  $\Phi = x_1(x_2 \oplus x_3)$ ,  $\Psi = x_1x_2 \oplus x_1x_3$
- 9.3.  $\Phi = x_1(x_2 \sim x_3)$ ,  $\Psi = x_1x_2 \sim x_1x_3$
- 9.4.  $\Phi = x_1(x_2 \rightarrow x_3)$ ,  $\Psi = x_1x_2 \rightarrow x_1x_3$
- 9.5.  $\Phi = x_1(x_2 | x_3)$ ,  $\Psi = (x_1x_2) | (x_1x_3)$
- 9.6.  $\Phi = x_1(x_2 \downarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1x_2) \downarrow (x_1x_3)$
- 9.7.  $\Phi = x_1 \vee (x_2x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3)$
- 9.8.  $\Phi = x_1 \vee (x_2 \oplus x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \vee x_2) \oplus (x_1 \vee x_3)$
- 9.9.  $\Phi = x_1 \vee (x_2 \sim x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \vee x_2) \sim (x_1 \vee x_3)$
- 9.10.  $\Phi = x_1 \vee (x_2 \rightarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_1 \vee x_3)$
- 9.11.  $\Phi = x_1 \vee (x_2 | x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \vee x_2) | (x_1 \vee x_3)$
- 9.12.  $\Phi = x_1 \vee (x_2 \downarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \vee x_2) \downarrow (x_1 \vee x_3)$
- 9.13.  $\Phi = x_1 \oplus (x_2x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \oplus x_2)(x_1 \oplus x_3)$
- 9.14.  $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \vee x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \oplus x_2) \vee (x_1 \oplus x_3)$
- 9.15.  $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \sim x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \oplus x_2) \sim (x_1 \oplus x_3)$
- 9.16.  $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \rightarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \oplus x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_3)$
- 9.17.  $\Phi = x_1 \oplus (x_2 | x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \oplus x_2) | (x_1 \oplus x_3)$
- 9.18.  $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \downarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \oplus x_2) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
- 9.19.  $\Phi = x_1 | (x_2x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 | x_2) \vee (x_1 | x_3)$
- 9.20.  $\Phi = x_1 | (x_2 \vee x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 | x_2)(x_1 | x_3)$
- 9.21.  $\Phi = x_1 | (x_2 \oplus x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 | x_2) \oplus (x_1 | x_3)$
- 9.22.  $\Phi = x_1 | (x_2 \sim x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 | x_2) \sim (x_1 | x_3)$
- 9.23.  $\Phi = x_1 | (x_2 \rightarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 | x_2) \rightarrow (x_1 | x_3)$
- 9.24.  $\Phi = x_1 | (x_2 \downarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 | x_2) \downarrow (x_1 | x_3)$
- 9.25.  $\Phi = x_1 \downarrow (x_2x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \downarrow x_2) \vee (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.26.  $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \vee x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \downarrow x_2)(x_1 \downarrow x_3)$
- 9.27.  $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.28.  $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \sim x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \downarrow x_2) \sim (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.29.  $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \rightarrow x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \downarrow x_2) \rightarrow (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.30.  $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 | x_3)$ ,  $\Psi = (x_1 \downarrow x_2) | (x_1 \downarrow x_3)$

10. Используя основные эквивалентности, доказать эквивалентность формул  $\Phi$  и  $\Psi$ .

- 10.1.  $\Phi = \overline{(x_3 \mid x_2)} \mid ((x_3 \downarrow x_1) \vee \bar{x}_3), \Psi = (x_1 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow (x_2 \vee x_3)$
- 10.2.  $\Phi = x_3 \mid ((x_1 \oplus x_2) \sim x_2), \Psi = \overline{(x_2 \downarrow x_3)} \mid ((x_1 \sim x_3) \downarrow x_1)$
- 10.3.  $\Phi = x_2 x_3 (\overline{(x_3 \mid (x_3 \downarrow x_2))} \vee (x_2 \sim (x_3 \oplus x_1))), \Psi = (x_2 \mid x_3) \downarrow (x_1 x_3)$
- 10.4.  $\Phi = (x_2 \mid x_1) \sim (x_3 \oplus x_1) \sim (x_1 \vee x_3), \Psi = \bar{x}_1 \vee (x_2 \sim x_3)$
- 10.5.  $\Phi = (x_3 \sim (x_2 x_3)) \oplus ((x_2 \vee x_1) x_1), \Psi = x_1 \oplus (x_3 \rightarrow x_2)$
- 10.6.  $\Phi = ((x_1 \oplus x_2) \mid (x_2 \vee x_1)) \sim (x_3 \mid x_2), \Psi = x_1 \oplus (x_2 \rightarrow x_3)$
- 10.7.  $\Phi = ((x_3 \sim x_1) \mid x_1) \downarrow (x_3 \mid x_2), \Psi = x_1 \overline{(x_2 x_3 \vee (x_1 \downarrow x_2))}$
- 10.8.  $\Phi = (x_3 \vee (x_2 \sim x_1)) \rightarrow (\bar{x}_3 \rightarrow x_1), \Psi = \overline{((x_2 \sim x_3) \downarrow (x_2 \vee x_1))}$
- 10.9.  $\Phi = (x_1 x_3) \rightarrow ((x_1 \oplus x_2) \vee x_2 \vee x_1), \Psi = (\bar{x}_1 \downarrow (x_1 \vee x_3)) \mid (x_1 \vee x_2 x_3)$
- 10.10.  $\Phi = (x_1 (x_3 \sim x_1)) \downarrow (\bar{x}_1 \vee (x_2 \mid x_1)), \Psi = \overline{((x_1 x_1 x_2) \rightarrow (x_3 x_1))}$
- 10.11.  $\Phi = (x_2 (x_3 \rightarrow x_2)) \downarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \vee x_3), \Psi = \bar{x}_3 \overline{(x_1 \mid (x_3 \sim x_2))}$
- 10.12.  $\Phi = (x_2 \rightarrow x_1) \mid (x_3 \vee x_1 \vee (x_1 \mid x_2)), \Psi = x_1 \oplus (x_1 \vee (x_1 \sim x_2))$
- 10.13.  $\Phi = ((x_2 \oplus x_3) \mid (x_1 \sim x_2)) x_3 x_1, \Psi = ((x_2 \downarrow x_1) \vee (x_1 \sim x_3)) x_1$
- 10.14.  $\Phi = ((x_1 \rightarrow x_2) \mid x_1) (x_3 \vee (x_3 \mid x_2)), \Psi = x_1 \rightarrow ((x_2 \vee x_3) \rightarrow \bar{x}_2)$
- 10.15.  $\Phi = ((x_2 \oplus x_3) (x_3 \mid x_1)) \mid (\bar{x}_3 \oplus (x_3 \mid x_2)), \Psi = (x_1 \oplus x_3) \mid (x_1 \downarrow x_2)$
- 10.16.  $\Phi = ((x_3 \vee x_1) \sim (x_3 \oplus x_2)) \vee (x_3 \mid \bar{x}_2), \Psi = x_3 \vee \overline{(x_2 \mid x_3)} \vee (x_1 \mid x_3)$
- 10.17.  $\Phi = x_3 \mid (x_1 \downarrow (x_2 x_3)), \Psi = x_3 \rightarrow ((x_1 \vee x_3) \sim (x_1 x_3 \vee (x_2 \sim x_3)))$
- 10.18.  $\Phi = ((x_1 \oplus x_3) \rightarrow x_1) \vee ((x_2 \vee x_3) \oplus x_3), \Psi = \overline{(x_2 \downarrow x_3)} \mid ((x_3 \sim x_1) \downarrow x_1)$
- 10.19.  $\Phi = (x_1 \sim x_3) \mid ((\bar{x}_3 \rightarrow (x_1 \mid x_2)) x_1), \Psi = (x_1 \rightarrow (x_2 \downarrow x_3)) \vee (x_1 \oplus x_3)$
- 10.20.  $\Phi = x_1 \oplus (x_1 \vee ((x_2 \sim x_1) \rightarrow (x_2 \oplus x_1))), \Psi = \overline{(x_2 \rightarrow x_1)} (x_2 (x_1 \vee x_3) \vee x_2)$
- 10.21.  $\Phi = (x_1 \rightarrow x_2) \oplus \overline{((x_3 \vee x_1) \downarrow (x_3 \mid x_1))}, \Psi = ((x_2 x_3) \sim ((x_1 \oplus x_3) x_2)) x_1$
- 10.22.  $\Phi = \overline{((x_2 x_1) \downarrow (x_1 \mid x_2)) \rightarrow x_1}, \Psi = \overline{((x_1 \oplus x_2) \mid ((x_1 \downarrow x_3) x_3))}$
- 10.23.  $\Phi = (x_1 \mid x_3) \mid ((x_1 (x_1 \mid x_2)) \vee x_2), \Psi = x_2 \sim \overline{(x_1 x_2)} \sim (x_3 \downarrow \bar{x}_1)$
- 10.24.  $\Phi = ((x_3 \rightarrow x_2) \oplus (x_2 \vee x_3)) \vee x_3 \vee x_2, \Psi = ((x_1 \mid x_3) \downarrow (x_1 x_3)) \rightarrow x_2$
- 10.25.  $\Phi = ((x_1 \downarrow x_2) \sim \overline{(x_3 \downarrow x_1)}) \rightarrow (x_1 \sim x_2), \Psi = x_3 \vee (x_2 \downarrow x_3) \vee (x_1 \oplus x_3)$
- 10.26.  $\Phi = x_3 \rightarrow ((x_3 \vee x_1) \sim ((x_3 x_1) \vee (x_3 \sim x_2))), \Psi = x_3 \mid ((x_1 \vee x_3) \mid (x_2 \vee x_1))$
- 10.27.  $\Phi = ((x_2 \mid x_3) \mid x_2) (x_2 \oplus (x_3 \sim (x_1 x_3))), \Psi = (x_1 x_2 x_3 \oplus (x_2 \sim x_3)) \vee x_1 \bar{x}_2$
- 10.28.  $\Phi = ((x_2 \mid x_1) \vee (x_3 \sim (x_2 \downarrow x_1))) x_1, \Psi = (((x_1 \mid x_3) \downarrow x_2) \sim x_3) (x_3 \vee x_1)$
- 10.29.  $\Phi = \overline{(x_3 \vee x_2 \vee ((x_1 x_3) \sim (x_3 \rightarrow x_2)))}, \Psi = x_3 \downarrow (((x_2 \rightarrow x_1) \sim x_3) \vee x_2)$
- 10.30.  $\Phi = \overline{((x_2 \sim x_1) \oplus (x_2 \sim x_3)) \sim \overline{(x_3 \vee x_2)}}, \Psi = (x_1 \sim x_2) \sim (x_3 \mid x_2)$

11. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ.

- 11.1.  $(x_2 \vee x_1) \mid \overline{(x_3 \sim \bar{x}_1)}$
- 11.2.  $(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_3 \mid x_1)$
- 11.3.  $\overline{((x_2 x_1) \vee \bar{x}_3) \rightarrow \bar{x}_3}$
- 11.4.  $\overline{((x_1 x_2) \rightarrow x_3) \vee \bar{x}_2}$
- 11.5.  $((x_2 \vee x_3)x_1) \sim (x_1 \vee x_2)$
- 11.6.  $((x_3 \rightarrow x_1) \downarrow \bar{x}_2) \mid \bar{x}_1$
- 11.7.  $\overline{x_2 \sim x_3} \rightarrow (x_1 \vee x_2)$
- 11.8.  $((x_2 \mid x_3) \downarrow x_3) \downarrow x_1$
- 11.9.  $x_2 \rightarrow \overline{x_3 \mid x_1} \sim x_1$
- 11.10.  $\overline{((x_2 \rightarrow \bar{x}_1)x_3) \mid \bar{x}_2}$
- 11.11.  $\overline{(x_3 \mid x_2) \vee x_1} \downarrow x_3$
- 11.12.  $((x_1 \vee x_2) \sim x_3) \downarrow x_1$
- 11.13.  $(x_1 \vee (x_3 x_2)) \oplus x_2$
- 11.14.  $(x_3 \mid x_2) \sim (x_1 \vee x_2)$
- 11.15.  $(x_1 \rightarrow x_3) \downarrow (x_2 \rightarrow (x_1 x_3))$
- 11.16.  $(x_3 \oplus x_2) \rightarrow (x_1 \mid x_3)$
- 11.17.  $(x_3 \mid x_1) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)(x_2 \rightarrow x_3)$
- 11.18.  $x_1 \mid ((x_2 \oplus x_3)x_1 x_3)$
- 11.19.  $(x_1 \vee x_3) \rightarrow ((x_2 \vee x_1) \oplus x_2)$
- 11.20.  $((x_3 \mid x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2)) \mid x_3$
- 11.21.  $((x_1 \mid x_2)x_2) \vee ((x_2 \mid x_3)x_2)$
- 11.22.  $(x_3 \rightarrow x_2)x_1 \oplus x_3$
- 11.23.  $(x_2 \mid x_3)(x_1 \mid x_3)x_2$
- 11.24.  $(x_3 \downarrow x_1) \mid (x_2 \sim x_1)$
- 11.25.  $(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_3 \downarrow x_1)$
- 11.26.  $(x_1 \downarrow x_3) \rightarrow ((x_2 \mid x_3)x_1)$
- 11.27.  $x_3 \sim (x_1 \rightarrow (x_2 \downarrow x_3))$
- 11.28.  $(x_1 \rightarrow x_2) \oplus (x_1 \sim x_3)$
- 11.29.  $(x_1 \vee x_2) \mid ((x_1 x_2) \rightarrow (x_3 \rightarrow x_2))$
- 11.30.  $(x_1 \oplus x_2 \oplus x_3) \mid x_1$



12. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к СДНФ.

- 12.1.  $\overline{x_1 \sim x_2 \sim (x_1 \vee x_3)}$
- 12.2.  $(\overline{x_1 x_2} \downarrow x_3) \oplus x_1$
- 12.3.  $(x_1 \vee x_2)(x_3 \mid x_1)$
- 12.4.  $(x_1 \mid x_2) \oplus x_1 \oplus x_3$
- 12.5.  $(x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
- 12.6.  $x_1 \oplus ((x_2 \oplus x_3) \mid x_2)$
- 12.7.  $x_1 \sim ((x_2 \downarrow x_3) \downarrow x_3)$
- 12.8.  $(x_1 \mid x_2) \oplus (x_3 \downarrow x_2)$
- 12.9.  $(x_1 \vee x_2)(x_1 \mid x_3)$
- 12.10.  $\overline{x_1 \vee x_2 \vee x_2} \oplus x_3$
- 12.11.  $((x_1 \mid x_2) \vee x_2) \sim x_3$
- 12.12.  $\overline{x_1 \oplus (x_2 \sim (x_3 \vee x_2))}$
- 12.13.  $((x_1 \sim x_2) \rightarrow x_2) \oplus x_3$
- 12.14.  $(x_1 \vee (x_2 \rightarrow x_3)) \oplus x_1$
- 12.15.  $(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (x_1 \downarrow x_3)$
- 12.16.  $\overline{x_1 \rightarrow x_2} \sim (x_3 \oplus x_1)$
- 12.17.  $x_1 \sim ((x_2 \oplus x_3) \downarrow x_3)$
- 12.18.  $(x_1 \mid x_2)(x_2 \sim x_3)$
- 12.19.  $x_1 \oplus (x_2 \downarrow \overline{x_1 \oplus x_3})$
- 12.20.  $(x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_3 \downarrow x_1)$
- 12.21.  $x_1 \downarrow ((x_2 \vee x_3) \oplus x_2)$
- 12.22.  $(x_1 \mid x_2) \sim \overline{x_3 \sim x_2}$
- 12.23.  $(x_1 \oplus x_2)(x_2 \vee x_3)$
- 12.24.  $(x_1 \downarrow x_2)x_2 \downarrow x_3$
- 12.25.  $\overline{(x_1 \rightarrow x_2) \oplus x_1 \oplus x_3}$
- 12.26.  $((x_1 \mid x_2) \downarrow x_2) \oplus x_3$
- 12.27.  $((x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3) \downarrow x_1$
- 12.28.  $x_1 \sim ((x_2 \oplus x_3) \rightarrow x_3)$
- 12.29.  $\overline{(x_1 \rightarrow x_2)(x_3 \oplus x_2)}$
- 12.30.  $\overline{x_1(x_2 \sim x_3)}x_2$

13. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к КНФ.

$$13.1. \bar{x}_2((x_3 \rightarrow x_1) \oplus x_2)$$

$$13.2. ((x_1 \downarrow \bar{x}_3) | x_1)\bar{x}_2$$

$$13.3. ((x_3 \sim x_1) \vee x_2) \oplus x_1$$

$$13.4. x_3 | ((x_2\bar{x}_1) | (x_1\bar{x}_2x_3))$$

$$13.5. (((x_1 \oplus \bar{x}_3) \vee \bar{x}_2)\bar{x}_2) \oplus \bar{x}_1$$

$$13.6. ((x_1 \downarrow x_3) \vee (x_2 | x_2)\bar{x}_1)$$

$$13.7. (x_1 \vee \bar{x}_2)\overline{(x_2 \vee \bar{x}_3)}(x_2 \vee \bar{x}_1)\bar{x}_1$$

$$13.8. x_2 \vee (x_1 \oplus x_3)(x_1 \vee \bar{x}_2)$$

$$13.9. ((x_1 \sim x_3)x_2) \oplus x_1$$

$$13.10. ((x_1 \sim x_3) \rightarrow x_2) \vee x_2$$

$$13.11. (((x_1 \oplus x_2) \sim \bar{x}_1) \downarrow \bar{x}_3)$$

$$13.12. x_3 | ((x_1\bar{x}_2) \oplus \bar{x}_1)$$

$$13.13. (((x_3 \vee x_2)x_1) \sim x_1)$$

$$13.14. (x_3 | ((x_1 \rightarrow \bar{x}_2))) | \bar{x}_3$$

$$13.15. ((x_1 \downarrow \bar{x}_2) | (x_3\bar{x}_1))x_3$$

$$13.16. (x_2 \rightarrow x_1)x_2(x_3 \vee \bar{x}_2)$$

$$13.17. (x_1 | x_3)x_2 \sim x_1$$

$$13.18. ((x_3x_1) \sim x_2)(x_1 \sim x_2)$$

$$13.19. (x_1 \vee \overline{(x_2 \sim \bar{x}_3)} \vee \bar{x}_3) \sim x_2$$

$$13.20. x_1((x_3 \rightarrow \bar{x}_2) \oplus x_2)$$

$$13.21. ((x_1 \oplus x_2)x_3) \vee x_2$$

$$13.22. ((x_1 \downarrow x_2) \vee x_3)\bar{x}_3$$

$$13.23. ((x_1 \downarrow (x_1 | \bar{x}_3)) \downarrow \bar{x}_2)$$

$$13.24. (((x_1 | x_2) \downarrow x_3) \sim x_3)$$

$$13.25. ((x_1(x_3 \downarrow x_2) \vee x_3) \rightarrow x_2)$$

$$13.26. ((x_2 \sim (x_1 \vee \bar{x}_3) \sim \bar{x}_3) \vee \bar{x}_1)$$

$$13.27. ((x_2 \oplus x_3) | x_1) \downarrow x_3$$

$$13.28. x_3((x_1 \rightarrow x_2) | (x_2 \downarrow x_1))$$

$$13.29. ((x_1 \oplus x_2) | x_3) \downarrow x_2$$

$$13.30. (\overline{(x_1 \vee x_2)}(x_1 \vee x_3)) \rightarrow (\bar{x}_1 | x_3)$$

14. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к СКНФ.

$$14.1. (x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_3 \mid x_2)$$

$$14.2. x_1 \vee ((x_2 \sim x_1) \downarrow x_3)$$

$$14.3. (x_1 \mid x_2) \oplus (x_1 \vee x_3)$$

$$14.4. (x_1 \rightarrow x_2)(x_3 \rightarrow x_2)$$

$$14.5. \overline{(x_1 x_2 \sim x_3)} \oplus x_1$$

$$14.6. \overline{(x_1 \downarrow (x_1 \sim x_2))} \downarrow x_3$$

$$14.7. (x_1 \vee x_2) \rightarrow x_2 x_3$$

$$14.8. (x_1 \oplus (x_2 \sim x_3)) \sim x_3$$

$$14.9. ((x_1 \vee x_2) \oplus x_3) \sim x_1$$

$$14.10. \overline{x_1 x_2 \sim x_2 \sim x_3}$$

$$14.11. x_1(x_2 \sim \overline{x_2 \mid x_3})$$

$$14.12. (x_1 \mid x_2) \oplus (x_3 \rightarrow x_1)$$

$$14.13. x_1 \oplus ((x_2 \rightarrow x_1) \downarrow x_3)$$

$$14.14. \overline{x_1 \sim (x_2 x_3 \downarrow x_2)}$$

$$14.15. x_1 \oplus ((x_1 \sim x_2) \vee x_3)$$

$$14.16. (x_1 \mid x_2) \overline{x_1 x_3}$$

$$14.17. (x_1 \oplus x_2) \sim (x_2 \downarrow x_3)$$

$$14.18. x_1 \sim ((x_1 \sim x_2) \downarrow x_3)$$

$$14.19. x_1 \rightarrow \overline{x_1 \vee x_2 \rightarrow x_3}$$

$$14.20. x_1 \oplus x_2 \oplus (x_3 \rightarrow x_1)$$

$$14.21. (x_1 \vee x_2) \mid (x_3 \oplus x_1)$$

$$14.22. \overline{(x_1 \vee (x_2 \oplus x_3))} \mid x_2$$

$$14.23. \overline{(x_1 \vee x_2) \sim x_1 x_3}$$

$$14.24. \overline{(x_1 \sim x_2) \oplus (x_3 \mid x_1)}$$

$$14.25. x_1 \sim ((x_2 \mid x_3) \downarrow x_3)$$

$$14.26. \overline{(x_1 \vee x_2) \mid x_1 \oplus x_3}$$

$$14.27. \overline{(x_1 \rightarrow x_2)} x_1 \sim x_3$$

$$14.28. (x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3 x_1$$

$$14.29. x_1 x_2 \sim x_1 \sim x_3$$

$$14.30. x_1 \oplus x_2 \oplus (x_1 \mid x_3)$$

15. Построить полином Жегалкина, используя эквивалентные преобразования.

- 15.1.  $x_1 \rightarrow ((x_2 \vee x_3) \downarrow x_1)$
- 15.2.  $(x_1 \downarrow (x_2 \sim x_3)) \rightarrow x_2$
- 15.3.  $x_1 \sim ((x_2 \sim x_3) \rightarrow x_3)$
- 15.4.  $\overline{(x_1 x_2 \rightarrow x_3)} \oplus x_1$
- 15.5.  $\overline{x_1 \downarrow (x_1 \sim x_2)} \rightarrow x_3$
- 15.6.  $(x_1 \mid (x_2 \vee x_3)) \oplus x_1$
- 15.7.  $\overline{(x_1 \oplus x_2)} \vee (x_1 \downarrow x_3)$
- 15.8.  $\overline{x_1 \downarrow x_2 \downarrow (x_3 \rightarrow x_1)}$
- 15.9.  $\overline{(x_1 \sim x_2) \downarrow x_3 x_1}$
- 15.10.  $\overline{x_1 \sim (x_2 \downarrow (x_1 \mid x_3))}$
- 15.11.  $(x_1 \rightarrow x_2) \sim (x_1 \mid x_3)$
- 15.12.  $x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow \overline{x_2 \rightarrow x_3})$
- 15.13.  $x_1 x_2 \downarrow (x_3 \oplus x_1)$
- 15.14.  $x_1(x_2 \sim x_1) \downarrow x_3$
- 15.15.  $(x_1 \sim \overline{x_2 \vee x_3}) \vee x_2$
- 15.16.  $\overline{x_1 \rightarrow x_2} \vee x_2 x_3$
- 15.17.  $(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_3 \downarrow x_1)$
- 15.18.  $(x_1 \rightarrow (x_1 \oplus x_2)) \downarrow x_3$
- 15.19.  $(x_1 \vee (x_2 \downarrow x_1)) x_3$
- 15.20.  $(x_1 \mid x_2) \oplus \overline{x_3 \oplus x_2}$
- 15.21.  $(x_1 \rightarrow x_2) \sim \overline{x_1 \oplus x_3}$
- 15.22.  $x_1 \mid (x_2 \oplus (x_2 \rightarrow x_3))$
- 15.23.  $(x_1 \sim x_2) \vee (x_3 \mid x_2)$
- 15.24.  $x_1 \vee x_2 \vee (x_3 \downarrow x_2)$
- 15.25.  $x_1 \mid ((x_2 \downarrow x_3) \mid x_1)$
- 15.26.  $\overline{(x_1 \oplus (x_2 \mid x_3))} \downarrow x_1$
- 15.27.  $(x_1 \downarrow x_2) \rightarrow x_1 x_3$
- 15.28.  $x_1 \downarrow \overline{(x_2 \downarrow x_1 \mid x_3)}$
- 15.29.  $\overline{(x_1 \mid x_2)} \rightarrow (x_3 \vee x_1)$
- 15.30.  $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_3 \oplus x_1)$

16. Представить функцию  $f$  в виде СДНФ.

16.1.  $f = (10101000)$

16.2.  $f = (01010100)$

16.3.  $f = (00101010)$

16.4.  $f = (00010101)$

16.5.  $f = (10001010)$

16.6.  $f = (01000101)$

16.7.  $f = (10100010)$

16.8.  $f = (01010001)$

16.9.  $f = (10011000)$

16.10.  $f = (01001100)$

16.11.  $f = (00100110)$

16.12.  $f = (00010011)$

16.13.  $f = (10001001)$

16.14.  $f = (11000100)$

16.15.  $f = (01100010)$

16.16.  $f = (00110001)$

16.17.  $f = (00011010)$

16.18.  $f = (00001101)$

16.19.  $f = (10000110)$

16.20.  $f = (01000011)$

16.21.  $f = (10100001)$

16.22.  $f = (11010000)$

16.23.  $f = (01101000)$

16.24.  $f = (00110100)$

16.25.  $f = (00011100)$

16.26.  $f = (00001110)$

16.27.  $f = (00000111)$

16.28.  $f = (10000011)$

16.29.  $f = (11000001)$

16.30.  $f = (11100000)$

17. Представить функцию  $f$  в виде СКНФ.

17.1.  $f = (01110110)$

17.2.  $f = (00111011)$

17.3.  $f = (10011101)$

17.4.  $f = (11001110)$

17.5.  $f = (11100101)$

17.6.  $f = (11110010)$

17.7.  $f = (01111001)$

17.8.  $f = (10111100)$

17.9.  $f = (01011110)$

17.10.  $f = (00101111)$

17.11.  $f = (10010111)$

17.12.  $f = (11001011)$

17.13.  $f = (11100011)$

17.14.  $f = (11110001)$

17.15.  $f = (01010111)$

17.16.  $f = (10101011)$

17.17.  $f = (11010101)$

17.18.  $f = (11101010)$

17.19.  $f = (01110101)$

17.20.  $f = (10111010)$

17.21.  $f = (01011101)$

17.22.  $f = (10101110)$

17.23.  $f = (01100111)$

17.24.  $f = (10110011)$

17.25.  $f = (11011001)$

17.26.  $f = (11101100)$

17.27.  $f = (11011100)$

17.28.  $f = (10111001)$

17.29.  $f = (01110011)$

17.30.  $f = (11100110)$

18. Представить функцию  $f$  в виде полинома Жегалкина.

18.1.  $f = (01010001)$

18.2.  $f = (10011000)$

18.3.  $f = (01001100)$

18.4.  $f = (00100110)$

18.5.  $f = (00010011)$

18.6.  $f = (10001001)$

18.7.  $f = (11000100)$

18.8.  $f = (01100010)$

18.9.  $f = (00110001)$

18.10.  $f = (00011010)$

18.11.  $f = (00001101)$

18.12.  $f = (10000110)$

18.13.  $f = (01000011)$

18.14.  $f = (10111100)$

18.15.  $f = (01011110)$

18.16.  $f = (00101111)$

18.17.  $f = (10010111)$

18.18.  $f = (11001011)$

18.19.  $f = (11100011)$

18.20.  $f = (11110001)$

18.21.  $f = (01010111)$

18.22.  $f = (10101011)$

18.23.  $f = (11010101)$

18.24.  $f = (11101010)$

18.25.  $f = (01110101)$

18.26.  $f = (10111010)$

18.27.  $f = (01101001)$

18.28.  $f = (10010110)$

18.29.  $f = (00011110)$

18.30.  $f = (11010010)$

19. Пусть множества переменных функций  $f(x_1, \dots, x_n)$  и  $g(y_1, \dots, y_m)$  не пересекаются. Найти длину СДНФ следующей функции:

- 19.1.  $f \& g$ , если  $f, g \in S$
- 19.2.  $f \vee g$ , если  $f \in S, g \in L$
- 19.3.  $f \oplus g$ , если  $f \in L, g \in S$
- 19.4.  $f \& g$ , если  $f \in S, g \in L$
- 19.5.  $f \vee g$ , если  $f, g \in L$
- 19.6.  $f \oplus g$ , если  $f, g \in S$
- 19.7.  $f \& g$ , если  $f \in L \cap S$ , а длина СДНФ  $g$  равна  $l$
- 19.8.  $f \vee g$ , если длина СДНФ  $f$  равна  $k$ , а  $g \in L \cap T_0$
- 19.9.  $f \oplus g$ , если  $f \in L \cap T_0$ , а  $g \in L \cap T_1$
- 19.10.  $\bar{f} \& g$ , если  $f, g \in L$
- 19.11.  $f \vee \bar{g}$ , если  $f \in L, g \in T_0 \cap S$
- 19.12.  $\bar{f} \oplus g$ , если  $f \in S, g \in T_1 \cap L$
- 19.13.  $f \& \bar{g}$ , если  $f, g \in S$
- 19.14.  $\bar{f} \vee g$ , если  $f, g \in L$
- 19.15.  $f \oplus \bar{g}$ , если  $f, g \in S \cap L$
- 19.16.  $\bar{f} \& g$ , если  $f \in T_0 \cap S$ , а длина СДНФ  $g$  равна  $l$
- 19.17.  $f \vee \bar{g}$ , если длина СДНФ  $f$  равна  $k$ , а  $g \in L \cap S$
- 19.18.  $\bar{f} \oplus g$ , если  $f \in S \cap T_1$ , а  $g \in L$
- 19.19.  $f \& \bar{g}$ , если  $f, g \in L \cap T_1$
- 19.20.  $\bar{f} \vee g$ , если  $f \in L \cap T_0, g \in S \cap T_1$
- 19.21.  $f \oplus \bar{g}$ , если  $f \in S, g \in L$
- 19.22.  $\bar{f} \& g$ , если  $f, g \in L \cap T_1$
- 19.23.  $f \vee \bar{g}$ , если  $f, g \in L \cap T_0$
- 19.24.  $\bar{f} \oplus g$ , если  $f, g \in L \cap S$
- 19.25.  $f \& \bar{g}$ , если  $f \in L \cap T_1$ , а длина СДНФ  $g$  равна  $l$
- 19.26.  $\bar{f} \vee g$ , если длина СДНФ  $f$  равна  $k$ , а  $g \in S \cap T_0$
- 19.27.  $f \oplus \bar{g}$ , если  $f \in L \cap S$ , а  $g \in L \cap T_1$
- 19.28.  $f \rightarrow g$ , если  $f, g \in L$
- 19.29.  $f \mid g$ , если  $f, g \in S$
- 19.30.  $f \downarrow g$ , если  $f, g \in S \cap L$



20. Построить сокращенную ДНФ для функции  $f$ , заданной таблицей.

20.1.  $f = (11001001)$

20.2.  $f = (10001001)$

20.3.  $f = (10100110)$

20.4.  $f = (01000010)$

20.5.  $f = (01001010)$

20.6.  $f = (01111110)$

20.7.  $f = (01101110)$

20.8.  $f = (01110110)$

20.9.  $f = (01011100)$

20.10.  $f = (00001111)$

20.11.  $f = (10010101)$

20.12.  $f = (11001011)$

20.13.  $f = (11000111)$

20.14.  $f = (10010111)$

20.15.  $f = (11000000)$

20.16.  $f = (11100011)$

20.17.  $f = (11110001)$

20.18.  $f = (01010111)$

20.19.  $f = (10101011)$

20.20.  $f = (11100011)$

20.21.  $f = (11110000)$

20.22.  $f = (01010000)$

20.23.  $f = (10101010)$

20.24.  $f = (11010101)$

20.25.  $f = (11101010)$

20.26.  $f = (01110101)$

20.27.  $f = (10011111)$

20.28.  $f = (01100110)$

20.29.  $f = (00110011)$

20.30.  $f = (11001100)$

21. Определить существенные и фиктивные переменные функции  $f$ .

21.1.  $f = (01100110)$

21.2.  $f = (01100110)$

21.3.  $f = (00110000)$

21.4.  $f = (00001010)$

21.5.  $f = (00111010)$

21.6.  $f = (00111100)$

21.7.  $f = (00001001)$

21.8.  $f = (11001001)$

21.9.  $f = (10001001)$

21.10.  $f = (10100110)$

21.11.  $f = (01000010)$

21.12.  $f = (01001010)$

21.13.  $f = (01111110)$

21.14.  $f = (01101110)$

21.15.  $f = (01110110)$

21.16.  $f = (01011100)$

21.17.  $f = (00001111)$

21.18.  $f = (10010101)$

21.19.  $f = (11001011)$

21.20.  $f = (11000111)$

21.21.  $f = (11000011)$

21.22.  $f = (11110000)$

21.23.  $f = (11110110)$

21.24.  $f = (11110101)$

21.25.  $f = (11110010)$

21.26.  $f = (11110001)$

21.27.  $f = (00111111)$

21.28.  $f = (10011111)$

21.29.  $f = (00110111)$

21.30.  $f = (01010101)$

22. Определить существенные и фиктивные переменные функции, преобразовав ее в полином Жегалкина.

- 22.1.  $(x_1 \oplus x_2 x_3) \vee x_3$   
22.2.  $x_1 \rightarrow ((x_2 \rightarrow x_3) \oplus x_2)$   
22.3.  $x_1 \mid ((x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3)$   
22.4.  $x_1(x_2 \downarrow x_1 x_3)$   
22.5.  $((x_1 \sim x_2) \downarrow x_1)x_3$   
22.6.  $x_1 x_2 \downarrow (x_3 \mid x_1)$   
22.7.  $x_1 \mid ((x_2 \rightarrow x_3) \mid x_3)$   
22.8.  $(x_1 \oplus x_2) \rightarrow (x_3 \sim x_2)$   
22.9.  $(x_1 \vee (x_2 \downarrow x_3)) \downarrow x_2$   
22.10.  $(x_1 \oplus x_2) \downarrow x_3 x_1$   
22.11.  $(x_1 \vee x_2) \mid \overline{x_3 \sim x_2}$   
22.12.  $x_1 \vee (\overline{x_1 \vee x_2} \downarrow x_3)$   
22.13.  $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_2 \downarrow x_3)$   
22.14.  $x_1 \sim (x_2 \oplus x_3) \vee x_2$   
22.15.  $\overline{(x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_3 \mid x_2)}$   
22.16.  $x_1 \mid (x_2 x_3 \mid x_3)$   
22.17.  $\overline{x_1 \vee (x_2 \mid (x_1 \mid x_3))}$   
22.18.  $x_1 \downarrow (x_2 \vee (x_1 \downarrow x_3))$   
22.19.  $x_1 \vee x_2(x_3 \vee x_1)$   
22.20.  $\overline{x_1 x_2 \downarrow x_3 \oplus x_2}$   
22.21.  $(x_1 \sim (x_2 \rightarrow x_3)) \mid x_2$   
22.22.  $(x_1 \downarrow x_2) \vee x_1 \vee x_3$   
22.23.  $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_3)$   
22.24.  $x_1 \mid (x_1 \oplus x_2)x_3$   
22.25.  $x_1 \rightarrow (\overline{x_2 \oplus x_3} \downarrow x_3)$   
22.26.  $\overline{(x_1 \mid x_2 \sim x_3) \downarrow x_1}$   
22.27.  $x_1 \mid (x_2 \downarrow (x_2 \vee x_3))$   
22.28.  $x_1 \downarrow \overline{x_2 \rightarrow (x_3 \mid x_1)}$   
22.29.  $x_1 \mid \overline{((x_2 \mid x_3) \oplus x_3)}$   
22.30.  $(x_1 \sim x_2) \vee (x_3 \downarrow x_1)$

23. Определить существенные и фиктивные переменные функции, преобразовав ее в сокращенную ДНФ.

- 23.1.  $\overline{(((x_1 | x_2) \rightarrow x_1) \downarrow x_2) \vee x_3}$   
 23.2.  $x_1 \rightarrow (\overline{x_2 \oplus x_1} \downarrow (x_3 \oplus x_1))$   
 23.3.  $\overline{x_1 \sim (x_2 \vee x_3) \vee (x_2 \downarrow x_1)}$   
 23.4.  $((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1) | x_2 x_3$   
 23.5.  $x_1 x_2 \oplus (x_3 | x_3 x_2)$   
 23.6.  $(x_1 \sim x_2)(x_1 \rightarrow x_3) x_3$   
 23.7.  $(x_1 \downarrow x_2) \rightarrow (x_2 \downarrow (x_3 \sim x_1))$   
 23.8.  $((x_1 \rightarrow x_2) \sim x_1) x_3 x_1$   
 23.9.  $x_1 \sim x_2 \sim (x_2 \rightarrow (x_3 \oplus x_1))$   
 23.10.  $(x_1 \rightarrow x_2) \vee ((x_1 | x_2) \sim x_3)$   
 23.11.  $\overline{x_1 \oplus ((x_1 | x_2) \vee (x_1 \oplus x_3))}$   
 23.12.  $\overline{(x_1 \vee (x_1 \downarrow x_2)) \rightarrow (x_3 | x_1)}$   
 23.13.  $\overline{(x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3 \oplus (x_1 \downarrow x_3)}$   
 23.14.  $(x_1 \rightarrow x_2) \vee (x_3 \sim (x_3 \rightarrow x_1))$   
 23.15.  $(x_1 | (x_1 \downarrow x_2)) \vee (x_3 \rightarrow x_1)$   
 23.16.  $(x_1 x_2 | x_3) \vee (x_2 \downarrow x_1)$   
 23.17.  $x_1 \downarrow x_2 (x_3 | (x_1 | x_3))$   
 23.18.  $(x_1 \downarrow x_2) \sim ((x_1 \rightarrow x_3) | x_1)$   
 23.19.  $\overline{((x_1 \vee x_2) \downarrow x_3) \sim (x_1 \downarrow x_2)}$   
 23.20.  $\overline{x_1 x_2 \downarrow (x_3 \downarrow x_2) | x_1}$   
 23.21.  $x_1 \downarrow x_2 \vee (x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3))$   
 23.22.  $(x_1 \rightarrow x_2) \sim x_1 x_3 x_1$   
 23.23.  $(x_1 \sim x_2) \vee ((x_3 \downarrow x_1) \sim x_1)$   
 23.24.  $(x_1 \rightarrow x_2) \vee (x_3 \oplus (x_3 \sim x_2))$   
 23.25.  $\overline{((x_1 \vee x_2) | x_1 \downarrow x_3) \downarrow x_1}$   
 23.26.  $x_1 ((x_2 \rightarrow (x_2 \sim x_1)) \rightarrow x_3)$   
 23.27.  $(x_1 x_2 | x_3) x_1 \rightarrow x_3$   
 23.28.  $(x_1 \rightarrow \overline{x_2 \downarrow x_3}) \oplus (x_3 | x_1)$   
 23.29.  $x_1 \oplus (((x_2 \sim x_3) \rightarrow x_2) \downarrow x_2)$   
 23.30.  $x_1 | (x_2 \rightarrow (x_3 \sim x_1 \sim x_2))$

24. Проверить, принадлежит ли функция множествам  $T_0 \cup T_1, T_1 \setminus T_0$ .

- 24.1.  $((x_2 | x_1) \downarrow (x_1 \sim x_3)) \downarrow (x_1 \downarrow x_3)$   
24.2.  $x_2 \rightarrow (x_3 x_2 | (x_1 \oplus (x_3 \vee x_2)))$   
24.3.  $\overline{x_3 x_2((x_2 \vee x_1) \downarrow \overline{x_1 \oplus x_2})}$   
24.4.  $(x_1 \rightarrow x_2) \sim ((x_2 | x_3) | x_2) \sim x_2$   
24.5.  $(x_2 \vee ((x_2 \downarrow x_1) | (x_3 \oplus x_2))) \rightarrow x_3$   
24.6.  $(x_1 \oplus x_2) \vee ((x_3 \oplus x_1) \downarrow (x_1 \rightarrow x_3))$   
24.7.  $(x_2 \rightarrow x_3) \vee ((x_3 \vee (x_2 \rightarrow x_1)) | x_2)$   
24.8.  $((x_2 | x_3) \vee x_1) \rightarrow ((x_2 \rightarrow x_1) \vee x_2)$   
24.9.  $(x_2 \rightarrow x_2 x_3) \downarrow \overline{x_1 | (x_3 \oplus x_2)}$   
24.10.  $\overline{(x_3 | x_2) x_1 \oplus (x_3 \downarrow x_3 x_2)}$   
24.11.  $(x_3(x_3 \oplus x_1) \downarrow x_1) x_3 \rightarrow x_3$   
24.12.  $(x_2 \rightarrow ((x_1 | x_2) \sim x_2 \sim x_3)) \rightarrow x_2$   
24.13.  $\overline{(x_2 \rightarrow (x_1 \oplus x_2))} \vee x_3 \sim x_2 x_1$   
24.14.  $x_2 \sim (x_1 \oplus x_2) \sim \overline{x_3 \oplus x_3 x_2}$   
24.15.  $\overline{x_1 \downarrow x_3 \vee (x_2 | (x_1 \vee (x_1 \rightarrow x_2)))}$   
24.16.  $\overline{(x_3 | x_1) \vee x_2} \rightarrow ((x_3 \rightarrow x_2) \downarrow x_2)$   
24.17.  $(x_3 \rightarrow x_2) \sim (x_3 \vee (x_2 \downarrow x_3)) \sim x_3$   
24.18.  $(x_3 | \overline{x_3 | x_2})((x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3)$   
24.19.  $(x_1 | x_3) | (x_3 \sim (x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)))$   
24.20.  $\overline{x_2 \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus (x_1 \vee x_2)} \rightarrow x_3$   
24.21.  $((x_3 | x_1) \rightarrow (x_2 | x_1)) \vee (x_1 | x_3)$   
24.22.  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)(\overline{x_1 | x_2 | x_1})$   
24.23.  $((x_2 | (x_2 \vee x_1)) \sim (x_2 \oplus x_3)) \oplus x_3$   
24.24.  $(x_1 \sim \overline{x_1 \vee x_2}) \downarrow ((x_3 \downarrow x_1) \oplus x_1)$   
24.25.  $((x_3 \sim x_2) \vee x_2 x_1) \oplus x_3 x_1$   
24.26.  $(x_3 \sim x_1) \downarrow \overline{(x_3 x_2 \rightarrow x_2 \rightarrow x_2)}$   
24.27.  $\overline{((x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_1 | x_2)) | (x_2 | x_1)}$   
24.28.  $\overline{x_1 x_2 x_3} \sim \overline{x_1}(x_3 | x_1)$   
24.29.  $((x_2 \oplus x_1) \sim x_3) \downarrow (x_3 \vee x_1 x_2)$   
24.30.  $\overline{(x_1 \downarrow x_2) \oplus x_3} \sim \overline{x_3 \vee (x_2 \sim x_3)}$

25. Пользуясь принципом двойственности, построить формулу, реализующую функцию, двойственную к заданной.

- 25.1.  $(x_1 \vee x_3) \sim ((x_1 | x_2) \oplus x_3)$
- 25.2.  $((x_1 \vee x_2) \downarrow (x_1 \vee x_3)) \rightarrow x_2$
- 25.3.  $(x_1 | x_2) \rightarrow ((x_2 \oplus x_3) \vee x_1)$
- 25.4.  $\overline{(x_1 \oplus x_2)} \sim (x_1 x_3)$
- 25.5.  $\overline{(x_3 | x_2)} | ((x_3 \downarrow x_1) \vee \bar{x}_3)$
- 25.6.  $x_3 | ((x_1 \oplus x_2) \sim x_3)$
- 25.7.  $(x_1 x_2) \downarrow ((x_3 x_2) | x_3)$
- 25.8.  $x_1 x_3 \vee x_1 x_2 \vee (x_3 \oplus x_2)$
- 25.9.  $(x_2 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \overline{(x_2 \downarrow x_3)}$
- 25.10.  $(x_1 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow (x_2 \vee x_3)$
- 25.11.  $((x_1 \oplus x_2) | (x_2 \vee x_1)) \sim (x_3 | x_2)$
- 25.12.  $(x_3 \vee (x_2 \sim x_1)) \rightarrow (\bar{x}_3 \rightarrow x_1)$
- 25.13.  $(x_3 x_1) \rightarrow ((x_1 \oplus x_2) \vee x_2 \vee x_1)$
- 25.14.  $(x_2 \rightarrow x_1) | (x_3 \vee x_1 \vee (x_1 | x_2))$
- 25.15.  $(x_3 \rightarrow \overline{(x_3 | x_2)}) \vee (x_1 \oplus x_2)$
- 25.16.  $(x_1 \downarrow x_3) \vee (x_2 \sim x_1) \vee (x_2 \downarrow x_3)$
- 25.17.  $\overline{(x_1 \sim x_2)} \vee x_2 \vee (x_2 \rightarrow x_3)$
- 25.18.  $((x_1 \downarrow x_3) \rightarrow x_2) \oplus (x_1 \rightarrow x_2)$
- 25.19.  $x_1 \rightarrow ((x_2 \rightarrow x_3) \downarrow (x_3 \oplus x_2))$
- 25.20.  $x_1 \oplus (x_2 \downarrow \overline{(x_1 \downarrow x_3) \rightarrow x_2})$
- 25.21.  $(x_1 \rightarrow x_2) | ((x_1 | x_3) \vee x_2)$
- 25.22.  $((x_1 \vee x_3) \rightarrow \overline{(x_1 \vee x_2)}) \downarrow x_2$
- 25.23.  $x_1 \oplus (x_3 \sim (x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)))$
- 25.24.  $(x_2 | (x_1 \vee x_3)) \downarrow \overline{(x_2 \vee x_3)}$
- 25.25.  $x_3 \downarrow \overline{(x_2 | x_3) \downarrow x_1}$
- 25.26.  $x_3 \overline{((x_2 \rightarrow x_1) | (x_1 \downarrow x_2))}$
- 25.27.  $\overline{((x_1 \vee x_2)(x_2 \vee x_3))} \rightarrow (x_1 | x_3)$
- 25.28.  $\overline{(x_1 \oplus x_2)} \vee ((x_2 \oplus x_3) \sim x_1)$
- 25.29.  $(x_2 | x_3) \oplus (x_1 \downarrow (x_3 \oplus x_1))$
- 25.30.  $(x_1 \downarrow x_3) \vee ((x_2 | x_3) \rightarrow x_2)$

26. Пользуясь принципом двойственности, доказать самодвойственность функции, заданной формулой.

$$26.1. x_2 \downarrow (x_3 \sim x_1)x_2$$

$$26.2. \overline{(x_2 \mid \overline{x_1 \rightarrow x_2})} \oplus x_3$$

$$26.3. \overline{x_2 \sim ((x_3 \downarrow x_1) \mid x_1)}$$

$$26.4. \overline{x_2 \mid (x_3 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2))}$$

$$26.5. (x_2 \rightarrow (x_2 \vee x_3)) \oplus x_1$$

$$26.6. x_1 \oplus (x_2 \downarrow (x_2 \mid x_3))$$

$$26.7. x_2((x_1 \rightarrow x_3) \rightarrow x_2)$$

$$26.8. x_1 \vee ((x_1 \rightarrow x_2) \downarrow x_3)$$

$$26.9. \overline{((x_2 \downarrow x_1) \mid x_2)}x_3$$

$$26.10. x_2 \sim (x_1 \downarrow (x_3 \mid x_1))$$

$$26.11. ((x_3 \sim x_2) \rightarrow x_1) \mid x_1$$

$$26.12. x_1 \sim ((x_3 \mid x_2) \downarrow x_3)$$

$$26.13. (x_3 \mid (x_2 \oplus x_1)) \rightarrow x_3$$

$$26.14. (x_1 \downarrow (x_1 \mid x_2)) \downarrow x_3$$

$$26.15. x_1 \mid (x_3 \rightarrow (x_3 \vee x_2))$$

$$26.16. x_1 \oplus (x_2 \downarrow (x_3 \mid x_2))$$

$$26.17. \overline{(x_2 \vee (x_1 \rightarrow x_3)) \mid x_3}$$

$$26.18. x_2 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1)x_3$$

$$26.19. x_2 \vee (x_3 \downarrow x_1)x_3$$

$$26.20. x_2(\overline{x_1 \vee x_2} \mid x_3)$$

$$26.21. ((x_2 \oplus x_3) \rightarrow x_1) \mid x_1$$

$$26.22. x_1(x_1 \downarrow x_2) \sim x_3$$

$$26.23. x_3 \downarrow (x_2 \downarrow (x_3 \mid x_1))$$

$$26.24. ((x_3 \downarrow x_1) \rightarrow x_2)x_1$$

$$26.25. x_3 \mid ((x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3)$$

$$26.26. (x_1 \mid \overline{x_2 \rightarrow x_3})x_3$$

$$26.27. (x_2 \downarrow (x_3 \mid x_1)) \vee x_3$$

$$26.28. (x_3 \rightarrow (x_3 \vee x_1)) \mid x_2$$

$$26.29. \overline{x_2 \downarrow (x_3 \rightarrow x_1)} \mid x_1$$

$$26.30. ((x_2 \mid x_1) \downarrow x_1) \sim x_3$$

27. Проверить самодвойственность функции  $f$ , заданной векторно.

27.1.  $f = (1011100001010101)$

27.2.  $f = (1100010101100011)$

27.3.  $f = (0100001110101110)$

27.4.  $f = (0101111001011000)$

27.5.  $f = (0001111010101001)$

27.6.  $f = (1011100001001101)$

27.7.  $f = (1010010110011010)$

27.8.  $f = (1001010010010111)$

27.9.  $f = (1011101010010010)$

27.10.  $f = (0101011001010101)$

27.11.  $f = (1000000011011111)$

27.12.  $f = (0111001110101000)$

27.13.  $f = (0000110101101110)$

27.14.  $f = (1001101111010000)$

27.15.  $f = (0110001110011001)$

27.16.  $f = (0110101000110101)$

27.17.  $f = (1101000101000111)$

27.18.  $f = (0100101111010100)$

27.19.  $f = (0100110110001101)$

27.20.  $f = (0010110111100001)$

27.21.  $f = (0101000011011101)$

27.22.  $f = (0001010111010110)$

27.23.  $f = (1110000110111000)$

27.24.  $f = (0100101010001111)$

27.25.  $f = (1110001100101010)$

27.26.  $f = (1110000111001010)$

27.27.  $f = (0110010101010101)$

27.28.  $f = (1011101100100001)$

27.29.  $f = (1011001010101001)$

27.30.  $f = (1111000100110010)$



28. Подсчитать, сколькими способами можно заменить прочерки в векторе  $\alpha$  константами 0 и 1 так, чтобы получился вектор значений некоторой самодвойственной функции.

- 28.1.  $\alpha = (- - - - - 10 - - 0 - - - - -)$
- 28.2.  $\alpha = (- - - - 0 - - - - - 01 - - - 0)$
- 28.3.  $\alpha = (11 - 1 - - - 0 - - - - - - - -)$
- 28.4.  $\alpha = (- - 0 - - - - - - - - - 111-)$
- 28.5.  $\alpha = (- - - - - - 0 - - - 1 - - 1-)$
- 28.6.  $\alpha = (- - - - - 1 - - - 100 - - - -)$
- 28.7.  $\alpha = (0 - - - - - - - 1 - - 01 - - -)$
- 28.8.  $\alpha = (- - - 1 - - - - - - 00 - - - -)$
- 28.9.  $\alpha = (- - - - - - 1 - - 1 - - 0 - 1)$
- 28.10.  $\alpha = (- - 1 - - 1 - - - - - - - 00-)$
- 28.11.  $\alpha = (- 0 - - - - 0 - - - 0 - - - - -)$
- 28.12.  $\alpha = (- - - - - - 110 - - - - - - 0)$
- 28.13.  $\alpha = (- - 0 - - - 0 - - - - - - - 01)$
- 28.14.  $\alpha = (- - - - - - - - 1001 - - - -)$
- 28.15.  $\alpha = (- 1 - - - - - 0 - - - - - 0 - -)$
- 28.16.  $\alpha = (1 - 0 - 0 - 1 - - - - - - - - -)$
- 28.17.  $\alpha = (0 - - - - 0 - - 0 - - - - - - 1)$
- 28.18.  $\alpha = (0 - - - - - - - - - 0 - - 10-)$
- 28.19.  $\alpha = (- - - - - - - - - 01 - - - - 0)$
- 28.20.  $\alpha = (- - 1 - - - - - 00 - - - 0 - -)$
- 28.21.  $\alpha = (- - 1 - 10 - - - - - - - 0 - -)$
- 28.22.  $\alpha = (- - 00 - - - - 1 - - - - - 0-)$
- 28.23.  $\alpha = (1 - - 0 - - - - - - - - 11 - -)$
- 28.24.  $\alpha = (- - - - - - 0 - 0 - - - - 00-)$
- 28.25.  $\alpha = (- - 0 - - - 0 - - 11 - - - - -)$
- 28.26.  $\alpha = (- - - - - - 0011 - - - - - -)$
- 28.27.  $\alpha = (0 - - - - - 01 - - - - - 0-)$
- 28.28.  $\alpha = (- 1 - - - - - - - - 1 - - - 0-)$
- 28.29.  $\alpha = (- - - - 1 - - - - - - - - - 01)$
- 28.30.  $\alpha = (0 - 1 - - - - 0 - 0 - - - - - -)$

29. Используя лемму о несамодвойственной функции, указать, какие из переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4$  нужно заменить на  $x$ , а какие на  $\bar{x}$  с тем, чтобы получить из функции  $f$  константу.

- 29.1.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0011000001110011)$
- 29.2.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101110001000101)$
- 29.3.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001100101000111)$
- 29.4.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010000101101010)$
- 29.5.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0110000101011001)$
- 29.6.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1101110011010100)$
- 29.7.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101000001110101)$
- 29.8.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0100000101101101)$
- 29.9.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101100101110101)$
- 29.10.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1111001010010000)$
- 29.11.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0110110011101001)$
- 29.12.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1000111000001110)$
- 29.13.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1000100100101110)$
- 29.14.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1011111010010010)$
- 29.15.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0111000011100001)$
- 29.16.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010010001011010)$
- 29.17.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1001110100000110)$
- 29.18.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001110011100111)$
- 29.19.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1001111100100110)$
- 29.20.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0010110100001011)$
- 29.21.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101101110100101)$
- 29.22.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0100011100001101)$
- 29.23.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1101111011000100)$
- 29.24.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010011100111010)$
- 29.25.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0111101101100001)$
- 29.26.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001110011010111)$
- 29.27.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000101000101111)$
- 29.28.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0011110010000011)$
- 29.29.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1001010001010110)$
- 29.30.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1101110111000100)$

30. Проверить, является ли функция линейной.

$$30.1. ((x_3 \oplus x_1) \rightarrow (x_2 | x_1))(x_3 \oplus x_2)x_3$$

$$30.2. (x_1 \oplus (x_1 \sim x_3)) \rightarrow (x_2 \sim x_3 \sim (x_3 \oplus x_1))$$

$$30.3. (x_2 \sim (x_3x_2)) \downarrow x_1$$

$$30.4. x_1 \rightarrow (\bar{x}_2 | (x_2 \vee x_3))$$

$$30.5. (x_1 | (x_3 \vee x_2)) \downarrow \bar{x}_1$$

$$30.6. (x_2 \downarrow x_3)((x_1 \oplus x_2) \downarrow x_2)$$

$$30.7. ((x_2 \oplus x_3)x_1) \sim \overline{(x_2 \downarrow x_1)}$$

$$30.8. ((x_2 \sim x_3) | x_3) | x_1$$

$$30.9. (x_2 \rightarrow x_1)(x_1 | x_2)x_3$$

$$30.10. (x_2 | x_1) \sim (x_3 \oplus x_1) \sim (x_1 \vee x_3)$$

$$30.11. (x_3 \sim (x_2x_3)) \oplus ((x_2 \vee x_1)x_1)$$

$$30.12. \overline{(x_1 \downarrow x_2)} \rightarrow \overline{(x_2 \vee x_3)}$$

$$30.13. \overline{((x_1 \rightarrow x_3) \rightarrow (x_2x_3))}$$

$$30.14. ((x_3 \sim x_1) | x_1) \downarrow (x_3 | x_2)$$

$$30.15. x_1 \vee (x_3 \sim (x_2 | x_1))$$

$$30.16. \overline{(x_1 \rightarrow x_3)} \rightarrow \overline{(x_2 \sim x_3)}$$

$$30.17. (x_2 \rightarrow x_3) | \overline{(x_1 | x_2)}$$

$$30.18. (x_2(x_2 \sim x_3)) \oplus x_3 \oplus (x_1 | x_2)$$

$$30.19. (x_2x_3 \oplus x_2 \oplus x_1) \sim (x_2 \vee x_3)$$

$$30.20. \overline{(x_3 \rightarrow x_2)} | (x_3 \sim x_1)$$

$$30.21. \overline{(x_3 \vee x_1)} \oplus (x_2 \downarrow x_3)$$

$$30.22. (x_3 | x_1) | (x_1 \downarrow x_2)$$

$$30.23. (x_3 \oplus x_3) | (x_3 | x_2)$$

$$30.24. (x_1 \sim (x_2 \downarrow x_3)) \sim (x_2 \vee x_3)$$

$$30.25. (x_2 \vee x_1)(x_3 \rightarrow x_2)$$

$$30.26. ((x_1 \oplus x_2) | x_3) \oplus (x_2 \rightarrow x_3)$$

$$30.27. (x_3 \sim (x_2x_3)) | (x_2 | (x_2 \sim x_1))$$

$$30.28. ((x_1 \vee x_3) \sim x_2) | (x_2x_3 \oplus x_3)$$

$$30.29. (x_1 \rightarrow x_2) \vee (x_1 \oplus (x_2 \sim x_3))$$

$$30.30. (x_1 \downarrow x_3) \sim (x_3 \oplus (x_1 \vee x_2))$$

31. Проверить линейность функции  $f$ , заданной векторно.

31.1.  $f = (1110100011100100)$

31.2.  $f = (1101001010110010)$

31.3.  $f = (1101000011110001)$

31.4.  $f = (0101110010011001)$

31.5.  $f = (1010110000101011)$

31.6.  $f = (1001111000011100)$

31.7.  $f = (0100001100111011)$

31.8.  $f = (0100001010111110)$

31.9.  $f = (1100101010010110)$

31.10.  $f = (1101001101000011)$

31.11.  $f = (0110110010101010)$

31.12.  $f = (1110000010110011)$

31.13.  $f = (0111010110100100)$

31.14.  $f = (0011010011111000)$

31.15.  $f = (0001111000011011)$

31.16.  $f = (1011001010100110)$

31.17.  $f = (0001011100111010)$

31.18.  $f = (1000000101111101)$

31.19.  $f = (0100011000011111)$

31.20.  $f = (0110110001101001)$

31.21.  $f = (0100011111101000)$

31.22.  $f = (1011100001100101)$

31.23.  $f = (0011011000100111)$

31.24.  $f = (1011001101001001)$

31.25.  $f = (1110000110011100)$

31.26.  $f = (1110110110000010)$

31.27.  $f = (0001101010011110)$

31.28.  $f = (0100111010011001)$

31.29.  $f = (1110000101100011)$

31.30.  $f = (1110001101100100)$



33. Используя лемму о нелинейной функции, подставить на места переменных  $x_1, x_2, x_3$  функции из множества  $\{0, 1, x, y, \bar{x}, \bar{y}\}$  так, чтобы получилась конъюнкция  $xy$  или ее отрицание.

33.1.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11010101)$

33.2.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11001000)$

33.3.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01101111)$

33.4.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01100010)$

33.5.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01000101)$

33.6.  $f(x_1, x_2, x_3) = (00101110)$

33.7.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11001101)$

33.8.  $f(x_1, x_2, x_3) = (00000110)$

33.9.  $f(x_1, x_2, x_3) = (10000110)$

33.10.  $f(x_1, x_2, x_3) = (10001000)$

33.11.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11110101)$

33.12.  $f(x_1, x_2, x_3) = (10100110)$

33.13.  $f(x_1, x_2, x_3) = (10011011)$

33.14.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11100011)$

33.15.  $f(x_1, x_2, x_3) = (10001101)$

33.16.  $f(x_1, x_2, x_3) = (10000011)$

33.17.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01101101)$

33.18.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11100010)$

33.19.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01101010)$

33.20.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01011000)$

33.21.  $f(x_1, x_2, x_3) = (00101111)$

33.22.  $f(x_1, x_2, x_3) = (00001001)$

33.23.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11101010)$

33.24.  $f(x_1, x_2, x_3) = (00100111)$

33.25.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01100101)$

33.26.  $f(x_1, x_2, x_3) = (01000110)$

33.27.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11010111)$

33.28.  $f(x_1, x_2, x_3) = (00001101)$

33.29.  $f(x_1, x_2, x_3) = (11000100)$

33.30.  $f(x_1, x_2, x_3) = (10011110)$

34. Проверить, является ли функция монотонной.

34.1.  $(x_1 \vee x_2) \oplus x_1 \oplus x_3$

34.2.  $(x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_2 \downarrow x_3)$

34.3.  $x_1 x_2 (x_1 \rightarrow x_3)$

34.4.  $(x_1 \downarrow x_3) \vee (x_1 \mid x_2)$

34.5.  $(x_2 \rightarrow x_3) \oplus (x_1 \mid x_3)$

34.6.  $(x_1 \sim x_1) \mid (x_1 \downarrow x_2)$

34.7.  $x_1 \vee x_3 \vee (x_1 \mid x_2)$

34.8.  $(x_1 \mid x_2) \downarrow \bar{x}_3$

34.9.  $(x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_2 \sim x_3)$

34.10.  $(x_3 \rightarrow x_1) \oplus x_1 x_2$

34.11.  $(x_1 \oplus x_3) \mid (x_1 \downarrow x_2)$

34.12.  $(x_2 \rightarrow x_1) \vee (x_1 \downarrow x_3)$

34.13.  $(x_1 \downarrow x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_3)$

34.14.  $(x_2 \mid x_3) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$

34.15.  $(x_1 \rightarrow x_2) \mid (x_2 \sim x_3)$

34.16.  $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_1 \vee x_3)$

34.17.  $(x_1 \mid x_2) \oplus x_2 x_3$

34.18.  $(x_2 \oplus x_3) \sim (x_1 \vee x_3)$

34.19.  $(x_1 \vee x_3) \rightarrow (x_2 \vee x_3)$

34.20.  $(x_1 \mid x_2) \vee (x_2 \sim x_1)$

34.21.  $(x_1 \sim x_3)(x_3 \rightarrow x_2)$

34.22.  $(x_1 x_3) \mid (x_2 \vee x_3)$

34.23.  $(x_1 \mid x_2) \sim (x_2 \mid x_3)$

34.24.  $(x_2 \vee x_3) \downarrow (x_3 \rightarrow x_1)$

34.25.  $(x_1 \sim x_2)(x_1 \downarrow x_3)$

34.26.  $(x_2 \vee x_3) \downarrow (x_1 \downarrow x_3)$

34.27.  $(x_1 \mid x_2) \oplus x_2 \oplus x_3$

34.28.  $(x_2 \rightarrow x_1) \downarrow (x_1 \vee x_3)$

34.29.  $(x_2 \oplus x_3) \downarrow (x_1 \oplus x_2)$

34.30.  $(x_1 \rightarrow x_3) \mid (x_2 \mid x_3)$

35. Проверить монотонность функции  $f$ , заданной векторно.

35.1.  $f = (0000011100110111)$

35.2.  $f = (0000000100000111)$

35.3.  $f = (0000011101110111)$

35.4.  $f = (0001011100011111)$

35.5.  $f = (0001010100011111)$

35.6.  $f = (0000001100111111)$

35.7.  $f = (0000000100111111)$

35.8.  $f = (0000011100111111)$

35.9.  $f = (0000001100011111)$

35.10.  $f = (0000001101111111)$

35.11.  $f = (0111011101110111)$

35.12.  $f = (0000000100000011)$

35.13.  $f = (0101010111111111)$

35.14.  $f = (0000010100011111)$

35.15.  $f = (0000010100010101)$

35.16.  $f = (0101111101011111)$

35.17.  $f = (0000000000010001)$

35.18.  $f = (0000111100011111)$

35.19.  $f = (0000000101011111)$

35.20.  $f = (0000010101110111)$

35.21.  $f = (0001010100111111)$

35.22.  $f = (0000001101011111)$

35.23.  $f = (0000000100010111)$

35.24.  $f = (0000000101010111)$

35.25.  $f = (0001001101110111)$

35.26.  $f = (0000000100011111)$

35.27.  $f = (0000011101011111)$

35.28.  $f = (0011001100111111)$

35.29.  $f = (0001000101010111)$

35.30.  $f = (0001001100110011)$



36. Заменить прочерки в векторе  $\alpha$  константами 0 и 1 так, чтобы получился вектор значений некоторой монотонной функции.

- 36.1.  $\alpha = (- - - - 0 - - - 0 - - - 1 - - -)$
- 36.2.  $\alpha = (- - - - - - - 10 - 1 - - - 1 -)$
- 36.3.  $\alpha = (- - 0 - - - 0 - - 0 - - - - 1 -)$
- 36.4.  $\alpha = (0 - - 0 - - - - - - - 1 - - - -)$
- 36.5.  $\alpha = (- - - - - 0 - - - - 0 - - - - 1)$
- 36.6.  $\alpha = (0 - - - - - 0 - - - - - 01 - -)$
- 36.7.  $\alpha = (- 01 - - - - 1 - - - - - - - 1)$
- 36.8.  $\alpha = (- - - - 0 - - 1 - - - - - 1 - -)$
- 36.9.  $\alpha = (- - 0 - - - - - - - 11 - 1 - -)$
- 36.10.  $\alpha = (- 0 - - - - - 0 - - - - 0 - 1 -)$
- 36.11.  $\alpha = (- - - - 0 - 0 - - - - - 1 - - 1)$
- 36.12.  $\alpha = (0 - - - - - - - 0 - - - - - 11)$
- 36.13.  $\alpha = (00 - 0 - - - 1 - - - - - - -)$
- 36.14.  $\alpha = (- 0 - - - - - 1 - - - - 1 - - - 1)$
- 36.15.  $\alpha = (- - - - - 01 - - 1 - - - - - 1)$
- 36.16.  $\alpha = (0 - - - 0 - - - - - - - - 1 - -)$
- 36.17.  $\alpha = (- - - - - - 1 - - - - - 011 -)$
- 36.18.  $\alpha = (0 - - - - - 1 - - - - 1 - - - 1)$
- 36.19.  $\alpha = (- - - 0 - 1 - - - - - - - - 11)$
- 36.20.  $\alpha = (- 0 - - - - - - - - - 11 - - -)$
- 36.21.  $\alpha = (0 - - - 0 - - - 01 - - - - -)$
- 36.22.  $\alpha = (- 0 - - - - - - - - 0 - 0 - - 1)$
- 36.23.  $\alpha = (- 0 - - - - - 1 - - - 0 - - - -)$
- 36.24.  $\alpha = (- - - 0 - - - - - - 11 - - - -)$
- 36.25.  $\alpha = (- - - - - - 0 - 01 - - - - 1 -)$
- 36.26.  $\alpha = (- 00 - - - 1 - - - - 1 - - - -)$
- 36.27.  $\alpha = (0 - - - - - - - - - - 111 -)$
- 36.28.  $\alpha = (- - 00 - - - - - - - - 0 - - -)$
- 36.29.  $\alpha = (- - 01 - - - - 0 - - - - - -)$
- 36.30.  $\alpha = (- 0 - - - - - - - - - - 111 -)$

37. Используя лемму о немонотонной функции, подставить на места переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4$  функции из множества  $\{0, 1, x\}$  так, чтобы получилась функция  $\bar{x}$ .

- 37.1.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000100110001)$
- 37.2.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000001101010101)$
- 37.3.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010000110111)$
- 37.4.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001010100000111)$
- 37.5.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101000101010111)$
- 37.6.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0100010101010111)$
- 37.7.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000101110101)$
- 37.8.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000001101010011)$
- 37.9.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010001010111)$
- 37.10.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000100000101)$
- 37.11.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000001010111)$
- 37.12.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000000100001101)$
- 37.13.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001010100110101)$
- 37.14.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010101110101)$
- 37.15.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000111101110111)$
- 37.16.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0011001100010011)$
- 37.17.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001110100111111)$
- 37.18.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001111100110111)$
- 37.19.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101010111011111)$
- 37.20.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000011101000111)$
- 37.21.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001010101011101)$
- 37.22.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101111100011111)$
- 37.23.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001111100010111)$
- 37.24.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010001110111)$
- 37.25.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000111011111)$
- 37.26.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000110100001111)$
- 37.27.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000001101000111)$
- 37.28.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010111110111)$
- 37.29.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000000100110101)$
- 37.30.  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0111010101111111)$

38. Проверить принадлежность функции классам  $T_0, T_1, L, S, M$ .

38.1.  $z(x \sim y)$

38.2.  $x \vee (y | z)$

38.3.  $\bar{y} \oplus xz$

38.4.  $(x | y) \rightarrow z$

38.5.  $(xy) | z$

38.6.  $(x \downarrow z) \vee y$

38.7.  $x \rightarrow (y \rightarrow z)$

38.8.  $\bar{z} \vee (x \sim y)$

38.9.  $\bar{x}(y \vee z)$

38.10.  $\bar{z} | (x \vee y)$

38.11.  $xy \rightarrow z$

38.12.  $(x \rightarrow y) \oplus z$

38.13.  $(x \oplus y) \vee z$

38.14.  $x(y \sim z)$

38.15.  $x \rightarrow \bar{y}z$

38.16.  $z \rightarrow (x \sim y)$

38.17.  $x\bar{y} \oplus \bar{z}$

38.18.  $\overline{x \downarrow y} \oplus z$

38.19.  $(x \vee \bar{y})z$

38.20.  $\overline{\bar{x}(y \vee \bar{z})}$

38.21.  $(x \oplus \bar{y})(y \oplus \bar{z})$

38.22.  $\overline{x \downarrow (y | \bar{z})}$

38.23.  $(x \rightarrow y)(y \rightarrow z)$

38.24.  $\overline{x(y | z)}$

38.25.  $(x \oplus \bar{y}) | z$

38.26.  $(x \downarrow y) \oplus z$

38.27.  $(x \vee y) \downarrow z$

38.28.  $(xy) | z$

38.29.  $x \oplus (y \rightarrow z)$

38.30.  $x \oplus (y | z)$

39. Проверить полноту системы функций  $A$ .

$$39.1. A = \{0, xy, x(\overline{y | z})\}$$

$$39.2. A = \{\bar{x}, x \oplus y, x \sim y \sim z\}$$

$$39.3. A = \{1, x \oplus y, x \vee y \vee z\}$$

$$39.4. A = \{0, xy, x \oplus y \oplus z\}$$

$$39.5. A = \{\bar{x}, x \oplus y, (x \rightarrow y) \rightarrow z\}$$

$$39.6. A = \{1, x \sim y, xyz\}$$

$$39.7. A = \{0, x \vee y, x \sim y \sim z\}$$

$$39.8. A = \{\bar{x}, x \sim y, x \rightarrow (y \rightarrow z)\}$$

$$39.9. A = \{1, xy, x \vee y \vee z\}$$

$$39.10. A = \{0, xy, (x \rightarrow y) \rightarrow z\}$$

$$39.11. A = \{x, x \rightarrow y, x \vee y \vee z\}$$

$$39.12. A = \{1, x \oplus y, xy \rightarrow z\}$$

$$39.13. A = \{0, x \sim y, (x \rightarrow y) \oplus z\}$$

$$39.14. A = \{x, x \rightarrow y, (x \oplus y) \vee z\}$$

$$39.15. A = \{1, x \vee y, x(y \sim z)\}$$

$$39.16. A = \{0, xy, x \rightarrow \overline{yz}\}$$

$$39.17. A = \{x, x \rightarrow (y \rightarrow x), \overline{x \rightarrow y}\}$$

$$39.18. A = \{1, x \vee \bar{y}, x\bar{y} \oplus \bar{z}\}$$

$$39.19. A = \{0, x \oplus y \oplus 1, \overline{x \downarrow y \oplus z}\}$$

$$39.20. A = \{\bar{x}, (x \oplus y) \vee y, (x \vee \bar{y})z\}$$

$$39.21. A = \{1, x \rightarrow y, \overline{x(y \vee \bar{z})}\}$$

$$39.22. A = \{0, xy, (x \oplus \bar{y})(y \oplus \bar{z})\}$$

$$39.23. A = \{\bar{x}, x \oplus y, \overline{x \downarrow (y | \bar{z})}\}$$

$$39.24. A = \{1, x \vee y, (x \rightarrow y)(y \rightarrow z)\}$$

$$39.25. A = \{\bar{x}, x \sim y, (x \oplus \bar{y}) | z\}$$

$$39.26. A = \{1, x\bar{y}, x \vee y \vee z\}$$

$$39.27. A = \{\bar{x}, x \oplus y, (x \vee y) \downarrow z\}$$

$$39.28. A = \{\bar{x}, x \sim y, (xy) | z\}$$

$$39.29. A = \{0, x(x \vee y), x \oplus (y \rightarrow z)\}$$

$$39.30. A = \{1, \bar{x} \rightarrow y, x \oplus (y | z)\}$$

40. Проверить полноту системы функций  $A$ .

- 40.1.  $A = \{(0001), (01011100), (00101111)\}$
- 40.2.  $A = \{(0111), (00001111), (10010111)\}$
- 40.3.  $A = \{(1001), (10010101), (11001011)\}$
- 40.4.  $A = \{(0110), (11001011), (11100011)\}$
- 40.5.  $A = \{(1101), (11000111), (11110001)\}$
- 40.6.  $A = \{(1011), (11000011), (01010111)\}$
- 40.7.  $A = \{(0010), (11110000), (10101011)\}$
- 40.8.  $A = \{(0100), (11110110), (11010101)\}$
- 40.9.  $A = \{(0001), (11110101), (11101010)\}$
- 40.10.  $A = \{(0111), (11110010), (01110101)\}$
- 40.11.  $A = \{(1001), (11110001), (10111010)\}$
- 40.12.  $A = \{(0110), (00111111), (01101001)\}$
- 40.13.  $A = \{(1101), (10011111), (10010110)\}$
- 40.14.  $A = \{(1011), (00110111), (00011110)\}$
- 40.15.  $A = \{(0010), (01010101), (11010010)\}$
- 40.16.  $A = \{(0100), (11100011), (10101011)\}$
- 40.17.  $A = \{(0001), (11110001), (11010101)\}$
- 40.18.  $A = \{(0111), (01010111), (11101010)\}$
- 40.19.  $A = \{(1001), (10101011), (01110101)\}$
- 40.20.  $A = \{(0110), (11100011), (10111010)\}$
- 40.21.  $A = \{(1101), (11110001), (01011101)\}$
- 40.22.  $A = \{(1011), (01010111), (10101110)\}$
- 40.23.  $A = \{(0010), (10101011), (01100111)\}$
- 40.24.  $A = \{(0100), (11010101), (10110011)\}$
- 40.25.  $A = \{(0001), (11101010), (11011001)\}$
- 40.26.  $A = \{(0111), (01110101), (11101100)\}$
- 40.27.  $A = \{(1010), (10011111), (11011100)\}$
- 40.28.  $A = \{(1100), (01100110), (10111001)\}$
- 40.29.  $A = \{(0010), (00110011), (01110011)\}$
- 40.30.  $A = \{(0100), (11001100), (11100110)\}$

41. Доказать полноту системы  $A$ , выразив через нее конъюнкцию и отрицание.

- 41.1.  $A = \{\overline{x_1 \sim x_2}, x_1 \vee x_2, x_2 \sim x_1\}$   
41.2.  $A = \{x_2 \oplus x_1, \overline{x_2 \oplus x_1}, x_1 \rightarrow x_2\}$   
41.3.  $A = \{\overline{x_1 \oplus x_2}, \overline{x_2 \rightarrow x_1}, x_1 \vee x_2\}$   
41.4.  $A = \{x_1 \oplus x_2, x_2 \vee x_1, x_2 \rightarrow x_1\}$   
41.5.  $A = \{x_1 \rightarrow x_2, x_2 \oplus x_1, x_2 \vee x_1\}$   
41.6.  $A = \{x_2 \sim x_1, x_1 \oplus x_2, \overline{x_1 \rightarrow x_2}\}$   
41.7.  $A = \{x_2 \sim x_1, x_2 \rightarrow x_1, \overline{x_1 \sim x_2}\}$   
41.8.  $A = \{x_1 \rightarrow x_2, \overline{x_2 \sim x_1}, x_1 \sim x_2\}$   
41.9.  $A = \{\overline{x_2 \rightarrow x_1}, x_2 \mid x_1, x_1 \rightarrow x_2\}$   
41.10.  $A = \{x_2 \sim x_1, x_2 \oplus x_1, \overline{x_2 \downarrow x_1}\}$   
41.11.  $A = \{\overline{x_2 \mid x_1}, x_2 \sim x_1, \overline{x_1 \sim x_2}\}$   
41.12.  $A = \{x_2 \oplus x_1, \overline{x_1 \sim x_2}, x_1 \rightarrow x_2\}$   
41.13.  $A = \{x_2 \rightarrow x_1, \overline{x_2 \mid x_1}, x_1 \oplus x_2\}$   
41.14.  $A = \{x_2 \rightarrow x_1, x_1 \oplus x_2, \overline{x_1 \downarrow x_2}\}$   
41.15.  $A = \{\overline{x_2 \rightarrow x_1}, \overline{x_2 \oplus x_1}, x_2 \oplus x_1\}$   
41.16.  $A = \{x_1 \rightarrow x_2, \overline{x_1 \downarrow x_2}, x_1 \oplus x_2\}$   
41.17.  $A = \{\overline{x_1 \downarrow x_2}, x_1 \oplus x_2, x_2 \sim x_1\}$   
41.18.  $A = \{x_1 \oplus x_2, x_1 \vee x_2, x_1 \sim x_2\}$   
41.19.  $A = \{x_2 \rightarrow x_1, x_1 \oplus x_2, \overline{x_2 \sim x_1}\}$   
41.20.  $A = \{x_1 \oplus x_2, x_1 \rightarrow x_2, x_2 \oplus x_1\}$   
41.21.  $A = \{x_1 \rightarrow x_2, x_2 \vee x_1, x_2 \oplus x_1\}$   
41.22.  $A = \{x_1 \sim x_2, x_1 \oplus x_2, x_1 \vee x_2\}$   
41.23.  $A = \{x_2 \vee x_1, x_1 \sim x_2, \overline{x_2 \sim x_1}\}$   
41.24.  $A = \{x_1 \rightarrow x_2, \overline{x_1 \vee x_2}, x_2 \oplus x_1\}$   
41.25.  $A = \{x_2 \oplus x_1, x_2 \mid x_1, x_1 \rightarrow x_2\}$   
41.26.  $A = \{x_2 \rightarrow x_1, x_2 \oplus x_1, x_1 \oplus x_2\}$   
41.27.  $A = \{\overline{x_2 \sim x_1}, x_2 \rightarrow x_1, x_1 \vee x_2\}$   
41.28.  $A = \{x_1 \rightarrow x_2, x_2 \vee x_1, x_1 \oplus x_2\}$   
41.29.  $A = \{\overline{x_1 \sim x_2}, x_1 \rightarrow x_2, x_1 \vee x_2\}$   
41.30.  $A = \{x_2 \sim x_1, x_1 \oplus x_2, x_2 \vee x_1\}$

42. Выразить функцию в виде формулы в базисе  $\{\downarrow\}$ .

42.1.  $x_3 \vee (x_3 \rightarrow (x_1 \oplus x_2))$

42.2.  $x_3 \oplus ((x_3 \downarrow x_1) \downarrow x_2)$

42.3.  $(x_3 \downarrow (x_1 \oplus x_3)) \oplus x_2$

42.4.  $(x_1 \vee (x_2 \rightarrow x_3))x_2$

42.5.  $(x_2 \oplus (x_1 \downarrow x_3)) \vee x_3$

42.6.  $(x_2 \oplus x_1) \rightarrow (x_3 \sim x_1)$

42.7.  $((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \vee x_1$

42.8.  $((x_1 \sim x_2) \vee x_1) \downarrow x_3$

42.9.  $\overline{x_3 x_2} \vee (x_1 \downarrow x_2)$

42.10.  $(x_3 \oplus x_1)x_1 \downarrow x_2$

42.11.  $((x_3 \vee x_2) \rightarrow x_1) \oplus x_1$

42.12.  $x_3 \vee ((x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_2)$

42.13.  $\overline{x_3 \sim x_2} \downarrow (x_2 \vee x_1)$

42.14.  $((x_1 \vee x_3) \rightarrow x_2) \vee x_2$

42.15.  $(x_3 \sim x_1) \downarrow (x_3 \downarrow x_2)$

42.16.  $(x_1 \oplus x_2 x_3) \rightarrow x_3$

42.17.  $(x_3 \vee x_2) \downarrow (x_2 \rightarrow x_1)$

42.18.  $x_3 \vee (x_3 \downarrow x_1) \vee x_2$

42.19.  $x_3 \oplus x_1 \oplus (x_2 \downarrow x_3)$

42.20.  $(x_3 \downarrow x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_2)$

42.21.  $(x_1 \rightarrow x_2) \downarrow (x_1 \sim x_3)$

42.22.  $(x_2 \oplus x_3 x_2) \vee x_1$

42.23.  $(x_3 x_1 \rightarrow x_1) \oplus x_2$

42.24.  $x_2 \downarrow ((x_1 \downarrow x_2) \rightarrow x_3)$

42.25.  $(x_1 \rightarrow (x_3 \vee x_2)) \oplus x_3$

42.26.  $x_1 \downarrow \overline{(x_2 \rightarrow x_3) \oplus x_3}$

42.27.  $(x_3 \vee x_2) \rightarrow \overline{x_3 \vee x_1}$

42.28.  $\overline{x_3 \downarrow x_1} (x_2 \sim x_1)$

42.29.  $(x_3 \rightarrow (x_2 \vee x_1)) \vee x_2$

42.30.  $(x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_1)) \oplus x_3$

43. Выразить функцию в виде формулы в базисе  $\{\downarrow\}$ .

43.1.  $f = (11010000)$

43.2.  $f = (01101000)$

43.3.  $f = (00110100)$

43.4.  $f = (00011100)$

43.5.  $f = (00001110)$

43.6.  $f = (00000111)$

43.7.  $f = (10000011)$

43.8.  $f = (11000001)$

43.9.  $f = (11100000)$

43.10.  $f = (00110001)$

43.11.  $f = (00011010)$

43.12.  $f = (00001101)$

43.13.  $f = (10000110)$

43.14.  $f = (01000011)$

43.15.  $f = (10100001)$

43.16.  $f = (10011000)$

43.17.  $f = (01001100)$

43.18.  $f = (00100110)$

43.19.  $f = (00010011)$

43.20.  $f = (10001001)$

43.21.  $f = (11000100)$

43.22.  $f = (01100010)$

43.23.  $f = (10101000)$

43.24.  $f = (01010100)$

43.25.  $f = (00101010)$

43.26.  $f = (00010101)$

43.27.  $f = (10001010)$

43.28.  $f = (01000101)$

43.29.  $f = (10100010)$

43.30.  $f = (01010001)$



44. Определить, является ли система функций  $A$  базисом.

- 44.1.  $A = \{x_1x_2x_3, (x_1 | x_2) | x_3, (x_1 \vee x_2) \oplus x_3\}$   
44.2.  $A = \{\overline{x_1 \sim x_2} \rightarrow x_3, x_1 | (x_2 \downarrow x_3), \overline{(x_1 \oplus x_2)x_3}\}$   
44.3.  $A = \{(x_1 \downarrow x_2) \sim x_3, (x_1 \sim x_2) | x_3, \overline{x_1 \oplus x_2} \sim x_3\}$   
44.4.  $A = \{\overline{x_1 | (x_2 \rightarrow x_3)}, \overline{(x_1 \sim x_2) \rightarrow x_3}, x_1 \rightarrow (x_2 \oplus x_3)\}$   
44.5.  $A = \{x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3), x_1 | x_2 | x_3, (x_1 | x_2) \downarrow x_3\}$   
44.6.  $A = \{(x_1 | x_2) \rightarrow x_3, \overline{(x_1 \vee x_2) \oplus x_3}, \overline{x_1 \oplus x_2 \oplus x_3}\}$   
44.7.  $A = \{x_1 \sim (x_2 \vee x_3), x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, \overline{x_1x_2} \vee x_3\}$   
44.8.  $A = \{x_1 \downarrow \overline{x_2 \downarrow x_3}, x_1 \sim (x_2 \vee x_3), x_1 \vee (x_2 \oplus x_3)\}$   
44.9.  $A = \{(x_1 \sim x_2) \vee x_3, \overline{(x_1 | x_2) \vee x_3}, x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3)\}$   
44.10.  $A = \{(x_1 | x_2) \downarrow x_3, \overline{x_1 | \overline{x_2 \oplus x_3}}, (x_1 | x_2)x_3\}$   
44.11.  $A = \{x_1 | (x_2 \downarrow x_3), x_1 \oplus (x_2 \vee x_3), \overline{x_1 \rightarrow x_2} \rightarrow x_3\}$   
44.12.  $A = \{x_1 \oplus x_2x_3, \overline{(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3}, (x_1 | x_2) | x_3\}$   
44.13.  $A = \{x_1x_2 \rightarrow x_3, \overline{(x_1 \vee x_2)x_3}, x_1 \sim (x_2 \vee x_3)\}$   
44.14.  $A = \{x_1 \vee (x_2 \downarrow x_3), (x_1 \rightarrow x_2) \vee x_3, x_1 | (x_2 \sim x_3)\}$   
44.15.  $A = \{(x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3, \overline{x_1 \rightarrow x_2x_3}, \overline{x_1 \downarrow x_2} \oplus x_3\}$   
44.16.  $A = \{x_1(x_2 | x_3), \overline{x_1 \downarrow x_2} | x_3, x_1x_2x_3\}$   
44.17.  $A = \{x_1 \vee (x_2 \sim x_3), x_1 \sim (x_2 \rightarrow x_3), \overline{x_1 \sim x_2} | x_3\}$   
44.18.  $A = \{x_1 \downarrow (x_2 \rightarrow x_3), x_1 \oplus (x_2 \sim x_3), \overline{(x_1 \downarrow x_2) \sim x_3}\}$   
44.19.  $A = \{(x_1 \oplus x_2)x_3, (x_1 | x_2) \oplus x_3, \overline{(x_1 \rightarrow x_2) \downarrow x_3}\}$   
44.20.  $A = \{(x_1 | x_2) \oplus x_3, x_1 \rightarrow (x_2 \oplus x_3), \overline{x_1 \vee x_2x_3}\}$   
44.21.  $A = \{x_1(x_2 \rightarrow x_3), \overline{x_1x_2} \downarrow x_3, x_1 \vee (x_2 \oplus x_3)\}$   
44.22.  $A = \{x_1 | (x_2 | x_3), x_1 \oplus (x_2 \sim x_3), \overline{(x_1 \rightarrow x_2) \oplus x_3}\}$   
44.23.  $A = \{x_1 \sim \overline{x_2 \downarrow x_3}, \overline{x_1x_2} \sim x_3, x_1 \sim (x_2 \vee x_3)\}$   
44.24.  $A = \{\overline{x_1(x_2 \rightarrow x_3)}, (x_1 \downarrow x_2) \vee x_3, x_1 \oplus x_2x_3\}$   
44.25.  $A = \{x_1 \vee \overline{x_2 \downarrow x_3}, (x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3, x_1 \rightarrow (x_2 \oplus x_3)\}$   
44.26.  $A = \{x_1 \oplus (x_2 \downarrow x_3), x_1 \sim (x_2 \vee x_3), (x_1 \oplus x_2) \vee x_3\}$   
44.27.  $A = \{\overline{x_1 | x_2x_3}, x_1 \downarrow (x_2 \downarrow x_3), x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3)\}$   
44.28.  $A = \{(x_1 \vee x_2) \sim x_3, x_1 \sim (x_2 | x_3), (x_1 \vee x_2)x_3\}$   
44.29.  $A = \{x_1x_2 \rightarrow x_3, \overline{x_1 \oplus (x_2 \sim x_3)}, \overline{x_1x_2} | x_3\}$   
44.30.  $A = \{(x_1 \vee x_2)x_3, \overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3}, x_1 \downarrow (x_2 \sim x_3)\}$

45. Из системы функций выделить все базисы  $A$ .

- 45.1.  $A = \{x_1 \sim x_2, (x_1 | x_2) \oplus (x_3 \vee x_1), x_2 \sim (x_3 \oplus x_1), x_3 \rightarrow (x_1 \sim x_2)\}$
- 45.2.  $A = \{x_1 \sim \bar{x}_2, (x_3 \oplus x_1) \downarrow (x_2 | x_3), x_1 \vee x_2 \vee x_3, (x_3 x_2) \vee (x_2 \oplus x_3)\}$
- 45.3.  $A = \{(x_1 \downarrow x_3) \vee x_2, (x_3 \downarrow x_1) | (x_2 \rightarrow x_1), x_1 \vee x_2 \vee (x_3 | x_1),$   
 $(x_1 | x_2) \vee (x_2 \sim x_1)\}$
- 45.4.  $A = \{x_1 | (x_2 \rightarrow x_1), (x_2 x_1) \rightarrow x_3, x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, (x_3 \rightarrow x_2) \sim (x_1 \oplus x_2)\}$
- 45.5.  $A = \{\overline{(x_1 \sim x_2)}, (x_1 \oplus x_2) \vee x_3, (x_1 | x_2) \bar{x}_1, x_1 \rightarrow (x_2 \sim x_3)\}$
- 45.6.  $A = \{(x_3 | x_1) \vee x_2 \vee x_1, x_2 \oplus (x_1 \vee x_2), (x_2 | x_1) | x_3,$   
 $(x_1 \downarrow x_3) \vee (x_2 \rightarrow x_3)\}$
- 45.7.  $A = \{x_3(x_1 \sim x_2), x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus 1, \overline{(x_1 \sim x_2)}, \overline{(x_1 | x_2)}\}$
- 45.8.  $A = \{x_1 | (x_3 \vee x_2), x_3 \rightarrow (x_2 \downarrow x_1), x_2 \rightarrow (x_1 \vee x_3), \overline{(x_1 \sim x_2)}\}$
- 45.9.  $A = \{\bar{x}_2 \vee (x_2 \rightarrow x_1), \bar{x}_1 \oplus x_3, x_1 x_2, (x_1 \oplus x_3) \downarrow (x_1 \sim x_2)\}$
- 45.10.  $A = \{(x_2 \vee x_3) \oplus (x_3 \vee x_1), \bar{x}_1 \downarrow (x_2 \vee x_3), (x_3 \vee x_2) \oplus x_1, x_1 | \bar{x}_2\}$
- 45.11.  $A = \{(x_1 \oplus x_2)(x_3 \rightarrow x_1), x_1 \vee x_2, x_1 \bar{x}_2, (x_3 \sim x_2)(x_3 \rightarrow x_2)\}$
- 45.12.  $A = \{(x_3 \downarrow x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_3), (x_2 \rightarrow x_3) \vee (x_1 \rightarrow x_2), x_1 \rightarrow x_2, x_1 \oplus x_2\}$
- 45.13.  $A = \{(x_2 \sim x_1) \vee x_2, (x_2 \sim x_3) | \bar{x}_1, x_3 \vee (x_2 \oplus x_3), (x_1 \sim x_3) \oplus (x_1 x_2)\}$
- 45.14.  $A = \{(x_1 | x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2), (x_3 \vee x_2)(x_2 \rightarrow x_1), (x_1 \sim x_3)(x_1 \oplus 1), x_1 \bar{x}_2\}$
- 45.15.  $A = \{(x_1 x_2)(x_2 \rightarrow x_1), (x_1 x_2) | x_3, (x_2 | x_1) \rightarrow (x_2 | x_3),$   
 $(x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_2\}$
- 45.16.  $A = \{(x_3 \rightarrow x_2) \sim (x_2 \rightarrow x_1), x_1 x_2 x_3, x_1 \oplus x_2, x_1 \vee x_2\}$
- 45.17.  $A = \{x_2 x_3 \oplus (x_1 | x_3), x_2 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_1 \sim x_2 \sim (x_2 \rightarrow x_1),$   
 $x_2 x_3 (x_1 \vee x_3)\}$
- 45.18.  $A = \{(x_1 \vee x_2) \sim \bar{x}_2, (x_1 x_3) \rightarrow x_2, (x_1 \sim x_3) \oplus x_2, \bar{x}_1 (x_3 \rightarrow x_2)\}$
- 45.19.  $A = \{(x_1 \downarrow x_3) \oplus \bar{x}_2, x_1 x_2, (x_2 \sim x_1) \rightarrow x_1, x_2 | (x_1 \vee x_3)\}$
- 45.20.  $A = \{(x_1 | x_2) \rightarrow x_3, \overline{(x_1 \rightarrow x_2)}, x_1 \sim x_2, x_1 x_2 (x_1 \rightarrow x_3)\}$
- 45.21.  $A = \{x_1 \rightarrow (x_1 x_2), (x_1 \sim x_2) \oplus x_2, x_1 \sim (x_1 | x_2), x_1 \sim x_2\}$
- 45.22.  $A = \{(x_1 x_3) \downarrow (x_1 \downarrow x_3), (x_1 \oplus x_2) \sim (x_1 \vee x_2), (x_1 \sim x_2) \vee \bar{x}_2,$   
 $(x_1 \vee x_2) | (x_1 \downarrow x_2)\}$
- 45.23.  $A = \{\overline{(x_1 \sim x_2)}, (x_1 \vee x_3) \downarrow (x_2 \sim x_3), x_1 \oplus (x_1 \downarrow x_2), (x_1 | x_2) \downarrow x_1\}$
- 45.24.  $A = \{x_1 \vee (x_2 \rightarrow x_1), (x_1 x_2) \sim (x_2 x_3), (x_1 \oplus x_3) \sim x_2,$   
 $(x_2 \oplus x_1) \rightarrow (x_3 x_1)\}$
- 45.25.  $A = \{(x_2 \vee x_3)(x_1 | x_3), (x_2 \rightarrow x_1) \vee (x_3 \rightarrow x_1), x_1 \vee (x_2 | x_3),$   
 $(x_1 \sim x_3) x_2 x_3\}$
- 45.26.  $A = \{x_1 \sim (x_3 \rightarrow x_2), (x_1 | x_2) | x_1, x_1 \downarrow (x_2 \downarrow x_3), x_1 \sim x_2 \sim \bar{x}_3\}$

$$45.27. A = \{(x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow (x_1 \downarrow x_2), \overline{(x_1 \sim x_2)}, x_1 \vee \bar{x}_2, (x_1 \mid x_2) \sim x_1\}$$

$$45.28. A = \{(x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2), \bar{x}_2 \oplus (x_1 x_3), (x_2 \downarrow x_3) \vee (x_1 \sim x_2), \\ (x_1 \rightarrow x_3) \rightarrow x_2\}$$

$$45.29. A = \{x_3 \rightarrow (x_1 \sim x_2), (x_2 \oplus x_3) \rightarrow (x_1 \mid x_2), x_2 x_3 \oplus (x_2 \mid x_1), \\ x_1 \sim (x_2 \oplus x_3)\}$$

$$45.30. A = \{(x_2 \downarrow x_3) \vee (x_1 \rightarrow x_2), \bar{x}_3 \vee (x_1 \sim x_2), \bar{x}_1(x_2 \vee x_3), \\ \bar{x}_3 \mid (x_1 \vee x_2)\}$$

46. Проверить полноту системы функций  $A$ .

$$46.1. A = (T_0 \setminus T_1) \cup (S \cap L)$$

$$46.2. A = (L \setminus M) \cup (T_0 \setminus T_1)$$

$$46.3. A = (T_0 \setminus S) \cup (M \setminus S)$$

$$46.4. A = (L \cap M) \cup (T_0 \setminus S)$$

$$46.5. A = (T_0 \setminus L) \cup (S \setminus T_1)$$

$$46.6. A = (M \cap T_1) \cup (T_0 \setminus L)$$

$$46.7. A = (T_1 \setminus T_0) \cup (T_0 \cap M)$$

$$46.8. A = (L \cap S) \cup (T_1 \setminus T_0)$$

$$46.9. A = (T_1 \setminus S) \cup (T_0 \cap L)$$

$$46.10. A = (M \cap L) \cup (T_1 \setminus S)$$

$$46.11. A = (T_1 \setminus L) \cup (M \cap T_0)$$

$$46.12. A = (L \cap T_0) \cup (T_1 \setminus L)$$

$$46.13. A = (T_1 \setminus M) \cup (L \cap M)$$

$$46.14. A = (M \setminus S) \cup (T_1 \setminus M)$$

$$46.15. A = (S \setminus T_1) \cup (M \setminus L)$$

$$46.16. A = (M \setminus T_0) \cup (S \setminus T_1)$$

$$46.17. A = (S \setminus M) \cup (M \setminus T_1)$$

$$46.18. A = (L \cap T_1) \cup (S \setminus M)$$

$$46.19. A = (T_0 \setminus T_1) \cup (S \setminus M)$$

$$46.20. A = (S \setminus T_1) \cup (T_1 \setminus S)$$

$$46.21. A = (T_1 \setminus S) \cup (S \setminus M)$$

$$46.22. A = (S \setminus M) \cup (T_1 \setminus T_0)$$

$$46.23. A = (T_1 \setminus L) \cup (S \setminus M)$$

$$46.24. A = (S \setminus M) \cup (T_0 \setminus S)$$

$$46.25. A = (T_1 \setminus M) \cup (S \setminus T_1)$$

$$46.26. A = (S \setminus T_1) \cup (T_0 \setminus M)$$

$$46.27. A = (T_0 \setminus S) \cup (S \setminus T_1)$$

$$46.28. A = (S \setminus M) \cup (T_0 \setminus L)$$

$$46.29. A = (T_1 \setminus M) \cup (S \setminus L)$$

$$46.30. A = (T_1 \setminus L) \cup (S \setminus T_0)$$

## А Приложение. Домашняя контрольная работа

Используя функции из полной системы функций  $A$ ,

- по лемме о несамодвойственной функции построить константу;
- по лемме о немонотонной функции построить отрицание;
- по лемме о нелинейной функции построить конъюнкцию;
- выразить функцию  $\varphi$ .

1.  $A = \{f = x_1 \downarrow ((x_3 \downarrow x_1) \oplus x_3), g = x_1 \oplus (x_1 \downarrow \overline{x_3 \vee x_2}),$   
 $h = x_1 \oplus ((x_3 \oplus x_1) \mid x_1)\}, \quad \varphi = (1001)$
2.  $A = \{f = x_3 \sim (x_1 \oplus x_2) \sim x_2, g = \overline{x_2(x_2 \mid x_1)} \rightarrow x_2,$   
 $h = x_2(x_3 \oplus x_2) \rightarrow x_3\}, \quad \varphi = (1110)$
3.  $A = \{f = \overline{x_2 \downarrow x_1} \vee (x_3 \rightarrow x_2), g = x_1 \oplus \overline{(x_1 \downarrow x_3) \mid x_1},$   
 $h = (x_3 \downarrow x_3 x_1) x_2\}, \quad \varphi = (1100)$
4.  $A = \{f = x_3 \rightarrow (x_3 \sim (x_3 \downarrow x_2)), g = x_1 \vee (x_3 \downarrow \overline{x_2 \rightarrow x_1}),$   
 $h = \overline{x_3 x_2} \oplus x_1 \oplus x_2\}, \quad \varphi = (1000)$
5.  $A = \{f = x_3 x_1 \rightarrow (x_2 \sim x_1), g = x_3 x_2 \downarrow (x_2 \vee x_3),$   
 $h = x_2(x_2 \mid (x_2 \oplus x_3))\}, \quad \varphi = (0111)$
6.  $A = \{f = (x_1 \oplus x_3) \mid x_1 x_3, g = x_3 \rightarrow \overline{(x_1 \sim x_3) \vee x_2},$   
 $h = (x_3 \mid x_2) \overline{x_3 \rightarrow x_2}\}, \quad \varphi = (0011)$
7.  $A = \{f = \overline{x_3 \mid x_2} \vee (x_2 \rightarrow x_3), g = \overline{x_1 \vee (x_2 \downarrow \overline{x_1 \oplus x_3})},$   
 $h = (x_3 \oplus x_1) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)\}, \quad \varphi = (1100)$
8.  $A = \{f = x_1(x_1 x_2 \rightarrow x_3), g = (x_3 \oplus x_2 x_3) \downarrow x_3,$   
 $h = x_1 x_2 \oplus (x_2 \vee x_3)\}, \quad \varphi = (1011)$
9.  $A = \{f = ((x_1 \vee x_2) \mid x_2) \vee x_2, g = \overline{\overline{x_3 x_2} \mid x_1} \rightarrow x_2,$   
 $h = (x_2 \vee (x_3 \oplus x_1)) \downarrow x_3\}, \quad \varphi = (1100)$
10.  $A = \{f = x_3 \downarrow ((x_2 \downarrow x_1) \downarrow x_1), g = (x_2 \rightarrow (x_2 \sim x_1)) \sim x_1,$   
 $h = \overline{x_2 \vee x_3} \sim (x_1 \downarrow x_2)\}, \quad \varphi = (0010)$
11.  $A = \{f = x_3 x_1 \oplus \overline{x_2 \mid x_3}, g = x_1 \downarrow \overline{(x_3 \downarrow x_1) \oplus x_1},$   
 $h = (x_3 \sim x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_2)\}, \quad \varphi = (0001)$
12.  $A = \{f = \overline{(x_1 \mid x_2 \sim x_2) \mid x_2}, g = \overline{x_3 \mid x_2} \oplus (x_2 \mid x_3),$   
 $h = ((x_1 \rightarrow x_2) \oplus x_3) \vee x_3\}, \quad \varphi = (1110)$
13.  $A = \{f = x_3 \oplus ((x_1 \vee x_2) \sim x_3), g = x_3 \oplus (x_1 \downarrow (x_2 \vee x_1)),$   
 $h = x_1 \downarrow ((x_3 \rightarrow x_1) \vee x_3)\}, \quad \varphi = (1001)$

14.  $A = \{f = x_2 \downarrow (x_2 \oplus x_1 \oplus x_2), g = x_1 \sim x_2 \sim \overline{x_3 \oplus x_2},$   
 $h = (x_2 \mid (x_2 \rightarrow x_3)) \oplus x_2\}, \quad \varphi = (1111)$
15.  $A = \{f = x_1 \oplus ((x_2 \sim x_3) \vee x_2), g = \overline{(x_3 \mid (x_2 \rightarrow x_3)) \downarrow x_3},$   
 $h = x_3 \rightarrow (x_3 \oplus (x_1 \sim x_2))\}, \quad \varphi = (0101)$
16.  $A = \{f = x_2 \sim (x_3 \rightarrow x_1) \sim x_1, g = (x_1 \vee x_2)(x_2 \rightarrow x_1),$   
 $h = x_2 x_3 \oplus (x_1 \vee x_2)\}, \quad \varphi = (1101)$
17.  $A = \{f = x_2 \downarrow (x_3 \sim (x_2 \rightarrow x_1)), g = x_2 \oplus ((x_2 \downarrow x_3) \mid x_1),$   
 $h = x_1 \sim (x_1 x_3 \mid x_2)\}, \quad \varphi = (1100)$
18.  $A = \{f = ((x_2 \sim x_3) \mid x_3) \mid x_1, g = (x_3 \downarrow x_2) \vee (x_3 \sim x_1),$   
 $h = \overline{(x_2 \downarrow x_3 x_2) \mid x_3}\}, \quad \varphi = (0111)$
19.  $A = \{f = (x_3 \vee x_2) \oplus (x_2 \mid x_1), g = \overline{(x_3 \vee x_1) \sim x_1 \sim x_2},$   
 $h = x_2 \rightarrow \overline{x_3 x_2 x_1}\}, \quad \varphi = (0100)$
20.  $A = \{f = (x_1 \mid x_3) \downarrow x_3 x_1, g = x_2 \oplus (x_2 \mid x_3) x_1,$   
 $h = x_3 \sim ((x_3 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3)\}, \quad \varphi = (1101)$
21.  $A = \{f = x_3 \sim (x_3 \rightarrow x_1) x_2, g = x_3 x_2 \mid (x_1 \vee x_3),$   
 $h = ((x_3 \oplus x_1) \vee x_1) \oplus x_2\}, \quad \varphi = (0101)$
22.  $A = \{f = (x_3 \oplus x_2 x_1) x_2, g = x_2 \mid ((x_2 \rightarrow x_3) \rightarrow x_3),$   
 $h = (x_3 \mid (x_1 \vee x_3)) \mid x_3\}, \quad \varphi = (0000)$
23.  $A = \{f = x_1 \vee x_1 \downarrow \overline{(x_3 \vee x_2)}, g = \overline{x_2 \rightarrow x_1} x_1 \vee x_1,$   
 $h = x_1 (x_2 \vee x_1) \mid x_3\}, \quad \varphi = (1011)$
24.  $A = \{f = \overline{x_1 \vee x_2 (x_3 \rightarrow x_1)}, g = x_2 \vee ((x_3 \mid x_2) \rightarrow x_1),$   
 $h = x_3 (x_1 \downarrow x_2) \sim x_1\}, \quad \varphi = (0111)$
25.  $A = \{f = ((x_2 \oplus x_1) \sim x_2) \mid x_1, g = x_3 \downarrow ((x_2 \mid x_1) \rightarrow x_3),$   
 $h = (x_2 \rightarrow x_3)(x_1 \sim x_3)\}, \quad \varphi = (1101)$
26.  $A = \{f = x_2 \sim (x_2 \downarrow (x_3 \sim x_2)), g = (x_3 \downarrow x_1 x_3) \sim x_2,$   
 $h = \overline{(x_2 \downarrow (x_2 \mid x_3)) \downarrow x_3}\}, \quad \varphi = (1001)$
27.  $A = \{f = x_2 (\overline{x_2 x_3} \sim x_1), g = (x_2 \downarrow x_3) \mid (x_1 \downarrow x_3),$   
 $h = x_3 \rightarrow ((x_2 \mid x_1) \rightarrow x_3)\}, \quad \varphi = (0001)$
28.  $A = \{f = \overline{(x_3 \sim (x_1 \mid x_2)) \mid x_3}, g = x_2 \oplus (x_2 \sim (x_2 \downarrow x_3)),$   
 $h = x_1 \sim x_2 (x_1 \rightarrow x_3)\}, \quad \varphi = (0110)$
29.  $A = \{f = ((x_3 \sim x_1) \rightarrow x_1) \downarrow x_1, g = \overline{x_3 \mid x_1 \rightarrow \overline{x_3 x_2}},$   
 $h = x_3 \vee (x_2 \mid (x_3 \sim x_2))\}, \quad \varphi = (0011)$
30.  $A = \{f = \overline{((x_1 \mid x_3) \oplus x_1) \mid x_2}, g = ((x_3 \oplus x_2) \downarrow x_2) \mid x_1,$   
 $h = (x_1 \sim x_2) \oplus x_2 \mid x_1\}, \quad \varphi = (0111)$

## В Приложение. Разные задачи

1. Доказать, что формула, содержащая только связку  $\sim$ , тождественно истинна<sup>1</sup> тогда и только тогда, когда любая переменная входит в нее четное число раз.
2. Доказать, что если  $F$  – тождественно истинная формула, то после замены в ней каждой переменной на ее отрицание, получится тождественно истинная формула.
3. Доказать, что  $F$  тождественно истинна тогда и только тогда, когда  $F_{y_1 \rightarrow y_2}^x$  тождественно истинна, где  $y_1, y_2$  – переменные, не входящие в  $F$ , а  $F_{y_1 \rightarrow y_2}^x$  – результат замены в  $F$  переменной  $x$  на формулу  $y_1 \rightarrow y_2$ .
4. Доказать, что формула вида  $(A \& B) \vee C$  дедуктивно эквивалентна<sup>2</sup> формуле  $(x \& A) \vee (\bar{x} \& B) \vee C$ , где  $A, B, C$  – произвольные формулы, не содержащие переменную  $x$ .
5. Доказать, что формула  $A$  дедуктивно эквивалентна формуле  $A \& B$ , где  $B$  получена из  $A$  заменой каждой переменной на ее отрицанием.
6. Доказать, что всякая формула дедуктивно эквивалентна д.н.ф. вида  $A \vee B$ , где формула  $A$  – д.н.ф., не содержащая отрицаний переменных, а  $B$  – д.н.ф., не содержащая положительных вхождений переменных.
7. Доказать, что всякая формула дедуктивно эквивалентна д.н.ф. вида  $A \vee B$ , где формула  $A$  – д.н.ф., не содержащая отрицаний переменных, а  $B$  получается из  $A$  заменой каждой переменной ее отрицанием.
8. Найти длину СДНФ заданной функции
  - 8.1.  $x_1 \oplus \dots \oplus x_n$ ; длина СДНФ равна  $2^{n-1}$
  - 8.2.  $(x_1 \vee \dots \vee x_n)(\bar{x}_1 \vee \dots \vee \bar{x}_n)$ ; длина СДНФ равна  $2^n - 2$
  - 8.3.  $\bigvee_{(i_1 \dots i_k)} x_{i_1} \cdots x_{i_k}$
  - 8.4.  $\&_{(i_1 \dots i_k)} (x_{i_1} \vee \dots \vee x_{i_k})$
  - 8.5.  $(x_1 \sim x_2)(x_2 \sim x_3) \dots (x_{n-1} \sim x_n)$
  - 8.6.  $(x_1 \oplus x_2)(x_2 \oplus x_3) \dots (x_{n-1} \oplus x_n)$
  - 8.7.  $(x_1 \oplus x_2)(x_2 \oplus x_3) \dots (x_{n-1} \oplus x_n)(x_n \oplus x_1)$
  - 8.8.  $(x_1 \oplus x_2) \vee (x_2 \oplus x_3) \vee \dots \vee (x_{n-1} \oplus x_n)$
  - 8.9.  $(x_1 \oplus x_2) \vee (x_2 \oplus x_3) \vee \dots \vee (x_{n-1} \oplus x_n) \vee (x_n \oplus x_1)$

<sup>1</sup>Формула называется тождественно истинной, если она равна 1 при любых значениях аргументов.

<sup>2</sup>Формула  $A$  дедуктивно эквивалентна формуле  $B$ , если  $A$  общезначима тогда и только тогда, когда  $B$  общезначима

- 8.10.  $(x_1 \sim x_2) \vee (x_2 \sim x_3) \vee \dots \vee (x_{n-1} \sim x_n)$
- 8.11.  $(x_1 \rightarrow x_2)(x_2 \rightarrow x_3) \dots (x_{n-1} \rightarrow x_n)$
- 8.12.  $(x_1 \rightarrow x_2)(x_2 \rightarrow x_3) \dots (x_{n-1} \rightarrow x_n)(x_n \rightarrow x_1)$
- 8.13.  $(x_1 \rightarrow x_2)(x_2 \rightarrow x_1)(x_2 \rightarrow x_3)(x_3 \rightarrow x_2) \dots (x_{n-1} \rightarrow x_n)(x_n \rightarrow x_{n-1})$
- 8.14.  $\bigoplus_{i=1}^n x_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_n \oplus x_1 \dots x_n$
- 8.15.  $(x_1 \vee \bar{x}_2)(x_2 \vee \bar{x}_3) \dots (x_{n-1} \vee \bar{x}_n)$ ; длина СДНФ равна  $n + 1$
- 8.16.  $(x_1 \vee \bar{x}_2)(x_2 \vee \bar{x}_3) \dots (x_{n-1} \vee \bar{x}_n)(x_n \vee \bar{x}_1)$ ; длина СДНФ равна 2
- 8.17.  $(x_1 | x_2) \vee (x_2 | x_3) \vee \dots \vee (x_{n-1} | x_n)$ ; длина СДНФ равна  $2^n - 1$
- 8.18.  $(x_1 \downarrow x_2)(x_2 \downarrow x_3) \dots (x_{n-1} \downarrow x_n)$ ; длина СДНФ равна 1
- 8.19.  $(x_1 | x_2)(x_2 | x_3) \dots (x_{n-1} | x_n)$ ; длина СДНФ равна  $n + 2$ -му числу в последовательности Фибоначчи
- 8.20.  $(x_1 \vee x_2)(x_2 \vee x_3) \dots (x_{n-1} \vee x_n)$ ; длина СДНФ равна  $n + 2$ -му числу в последовательности Фибоначчи
- 8.21.  $(\dots((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \dots) \rightarrow x_n$ ; длина СДНФ равна  $S_n = \sum_{k=0}^n 2^k (-1)^k$   
при четных  $n$ ,  $S_n = \sum_{k=0}^n 2^k (-1)^{k+1}$  при нечетных  $n$
- 8.22.  $((\dots((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \dots) \rightarrow x_n) \rightarrow ((\dots((y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3) \dots) \rightarrow y_n)$ ; длина СДНФ равна  $2^{n+1} - 2^n \cdot S_n + (S_n)^2$ , где  $S_n$  берется из предыдущего примера

## 9. Найти длину сокращенной ДНФ для функции

- 9.1.  $x_1 \oplus \dots \oplus x_n$ ; длина сокращенной ДНФ равна  $2^{n-1}$
- 9.2.  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_4 \oplus \dots \oplus x_n)$ ; длина сокращенной ДНФ равна  $6 \cdot 2^{n-4}$
- 9.3.  $(x_1 \oplus \dots \oplus x_k)(x_{k+1} \oplus \dots \oplus x_n)$
- 9.4.  $(x_1 \vee \dots \vee x_n)(x_1 \vee \dots \vee x_k \vee \bar{x}_{k+1} \vee \dots \vee \bar{x}_n)$ ; длина сокращенной ДНФ равна  $k + (n - k)(n - k - 1)$

10. Доказать, что если функция самодвойственна, то в ее ДНФ любые 2 слагаемых имеют общий сомножитель.
11. Доказать, что если функция самодвойственна, то в ее КНФ любые 2 сомножителя имеют общее слагаемое.
12. Доказать, что если произведение любых двух элементарных конъюнкций в ДНФ равно 0, то после замены  $\vee$  на  $\oplus$  получится формула, эквивалентная исходной.



13. Доказать, что формула  $x \& A \vee \bar{x} \& B$  эквивалентна формуле  $x \& A \oplus \bar{x} \& B$ .
14. Доказать, что любой предполный класс замкнут.
15. Доказать, что если замкнутый класс имеет конечный базис, то всякий его базис конечен.
16. Доказать, что всякий замкнутый класс, содержащий функцию, отличную от константы, содержит функцию  $x$ .
17. Доказать, что система, состоящая из функций, двойственных к функциям некоторой полной системы, полна.



Отпечатано в полном соответствии с предоставленным оригинал-макетом

---

Подписано в печать 24.02.2012 г.  
Форм. бум. 60x84 1/16. Гарнитура “Таймс”. Печать ризографическая.  
Печ.л. 1,75. Т.120. З.68.

Лаборатория оперативной полиграфии Издательства КФУ  
420045, Казань, ул.Кр.Позиция, 2а  
Тел. 231-52-12

